上海交通大学硕士学位论文

大型多级行星齿轮系统串并联装配偏差分析

硕士研究生：夏子康

学　　号：120020910241

导　　师：余海东 教授

申请学位：工程硕士

学　　科：机械（085500）

所在单位：机械与动力工程学院

答辩日期：2023 年 2 月

授予学位单位：上海交通大学

中国知网 https://www.cnki.net

Dissertation Submitted to Shanghai Jiao Tong University

for the Degree of Master

DEVIATION ANALYSIS FOR SERIES-PARALLEL ASSEMBLY OF LARGE MULTI-STAGE PLANETARY GEAR SYSTEM

Candidate:	Zikang Xia
Student ID:	120020910241
Supervisor:	Prof. Yu Haidong
Academic Degree Applied for:	Master of Engineering
Speciality:	Mechanism (085500)
Affiliation:	School of Mechanical Engineering
Date of Defence:	February, 2023
Degree-Conferring-Institution:	Shanghai Jiao Tong University

中国知网 https://www.cnki.net

大型多级行星齿轮系统串并联装配偏差分析

摘 要

大型多级行星齿轮系统用于舰船等重大装备，其整体装配精度直接影响其振动噪声性能和耐磨损性能，故整机装配后必须检验齿侧间隙和齿面接触斑点等精度检验项并确保其合格。零件制造偏差不可避免，且由于装配过程中各零件几何特征的位置和方向的偏差累积放大，即使各零件的制造偏差均在设计公差合格范围内，装配后齿侧间隙和接触斑点仍可能不合格。实际生产中为达成合格需要反复的试装配和修磨，大量延长了工期。为合理选配修磨减少工期，需要用偏差分析来预估精度是否超差并精准溯源。然而，大型多级行星齿轮系统具有零件多、含有组合公差、装配关系复杂等特点，给偏差分析带来困难。现有偏差分析方法难以表征在同一几何特征上同时标注多公差的组合公差情况，因为形位公差和尺寸公差要求互相耦合，导致实际制造偏差超出模拟范围。现有偏差分析方法难以分析一个零件与多个零件通过多个表面接触的并联装配关系，因为并联装配关系中会出现自由度过约束，在现有方法中只能简化忽略部分装配关系，导致分析精度低。因此亟需改进现有偏差分析方法，解决大型多级行星齿轮系统偏差分析的组合公差和串并联装配关系难题，实现精确的装配仿真和偏差溯源。

本文针对大型多级行星齿轮系统偏差分析组合公差和串并联装配关系难题，提出一种偏差分析方法，实现制造偏差表征，装配关系表征和偏差传递计算。基于小位移旋量（Small displacement torsor，SDT）制造偏差表达和蒙特卡罗统计仿真方法，考虑组合公差的多公差域耦合约束，建立齿轮系统所有几何特征类型的公差表征模型，并讨论组合公差的影响。考虑实际装配工艺的装配顺序和主次接触关系，

中国知网 https://www.cnki.net

建立齿轮系统串并联装配关系的通用表征模型和通用偏差传递计算方法，实现含并联装配关系的准确表征和特征位姿定位计算，并分析其在定位精度和敏感度方面和现有方法的区别。最后应用所提方法分析了大型多级行星齿轮系统中零件制造偏差对齿侧间隙和接触斑点的偏差传递，并通过实测数据验证偏差分析准确度，所提方法形成通用的齿轮系统偏差分析软件平台。主要研究内容如下：

（1）大型多级行星齿轮系统装配偏差建模

根据齿轮系统实际制造偏差的尺寸和形位公差标注和检验工艺，基于制造偏差的小位移旋量表达和公差域的不等式组表达，考虑组合公差中定位公差的固定公差域和定向公差的浮动公差域的区别，建立齿轮系统平面几何特征和圆柱几何特征的组合公差的公差域不等式组表达模型。结合蒙特卡罗统计仿真方法，实现随机制造偏差的准确统计模拟，为制造偏差传递计算提供基础。

（2）大型多级行星齿轮系统串并联偏差传递建模

根据大型多级行星齿轮系统复杂装配关系和实际装配工艺，提出装配步和主次接触副定义来表达装配顺序和多接触副的接触定位主次关系。基于制造偏差传递的矩阵模型，根据主次接触副的六自由度定位协调，提出“圆柱+小平面”和“平面+短圆柱”两类多接触装配的主接触副变换阵中的未知参数的通用计算模型，并研究所提偏差传递计算方法和现有方法的精确度和公差敏感度区别。

（3）大型多级行星齿轮系统装配偏差计算及验证

针对大型多级行星齿轮系统的圆周侧隙和接触斑点偏差分析需求，整理制造偏差和装配关系信息，应用所提制造偏差表征方法和装配偏差传递计算方法，实现多级行星齿轮系统装配过程偏差分析，获取啮合齿轮副的相对位姿偏差。推导由位姿偏差和轮齿形状偏差计算啮合圆周侧隙的数学模型，并计算所有数据样本的齿侧间隙。将齿轮副位姿偏差输入有限元啮合仿真，获得所有数据样本的接触斑点。对

中国知网 https://www.cnki.net

比实测齿侧间隙和接触斑点验证方法准确度。最后将所提方法形成通用齿轮系统装配偏差分析软件平台。

综上，本文建立适用于大型多级行星齿轮系统串并联装配的偏差分析方法，完善公差表征定义，克服现有基于串联尺寸链的方法无法计算广义上并联装配关系的偏差传递的问题，实现了大型多级行星齿轮系统高精度装配偏差分析，有助于减少修磨提高生产效率，并在设计环节指导公差分配。

关键词：行星齿轮，偏差分析，公差表征，小位移旋量，装配仿真

中国知网 https://www.cnki.net

DEVIATION ANALYSIS FOR SERIES-PARALLEL ASSEMBLY OF LARGE MULTI-STAGE PLANETARY GEAR SYSTEM

ABSTRACT

Large multi-stage planetary gear systems are used in ships and other major equipments. Their overall assembly accuracy directly affects the vibration, noise performance and wear resistance, so any whole assembly must be inspected to ensure that its tooth backlash and tooth contact pattern are qualified. The manufacturing deviations of the parts are inevitable, and the deviations of position and direction of the geometric features of each part is accumulated and amplified during the assembly process. Therefore the inspections of backlash and contact pattern may still fail even if the manufacturing deviations of each part are within the qualified range of tolerance. The work period is greatly prolonged repeating trial assembly and part truing. Deviation analysis is necessary to shorten the work period by predicting the overall accuracy, finding the deviation source and instructing the part truing. However, large multi-stage planetary gear systems have many parts, combined tolerances and complex assembly relationships, which make the deviation analysis rather difficult. The existing deviation analysis methods are difficult to characterize the combination of multiple tolerances on the same geometric feature, because the requirements of form and dimensional tolerances are coupled with each other, resulting in actual manufacturing deviations beyond the simulation range. Meanwhile the existing deviation analysis method cannot analyze the parallel assembly relationship between one part and multiple parts through multiple surface contacts, because the parallel assembly relationship have over-constrained degrees of freedom which the existing method can only simplify and ignore, resulting in low analysis accuracy. Therefore, there is an urgent need to improve the existing deviation analysis

中国知网 https://www.cnki.net

methods to solve the problems of combined tolerances and series-parallel assembly relationships in the deviation analysis of large multi-stage planetary gear systems.

In this paper, a complete deviation analysis method is proposed to realize manufacturing deviation characterization, assembly relationship characterization, deviation transfer calculation and tolerance sensitivity traceability for the issues of combined tolerance and series-parallel assembly relationship of large multi-stage planetary gear system deviation analysis. Based on Small displacement torsor (SDT) manufacturing deviation representation and Monte Carlo statistical simulation method, the tolerance characterization model of all geometric feature types of gear system is established and the influence of combined tolerance is discussed, considering the coupling constraints of multiple tolerance domains of combined tolerance. A general characterization model of the series-parallel assembly relationship of the gear system and a general deviation transfer calculation method are established based on the matrix model and considering the assembly sequence and primary and secondary contact relationships of the actual assembly process. The differences in accuracy and tolerance sensitivity between the proposed and the existing methods are analyzed. Finally, the proposed method is applied to analyze the deviation transfer of manufacturing deviation on tooth backlash and contact pattern in large multi-stage planetary gear systems. The accuracy of deviation analysis is verified by actual measurement data. The proposed method is used to develope a software for gear systems deviation analysis. The main research contents are as follows.

(1) Assembly deviation modeling of large multi-stage planetary gear system

According to the dimensional and form tolerance marking and inspection process of the actual manufacturing deviation of the gear system, based on the expression of small displacement rotation of manufacturing deviation and the expression of inequality group of tolerance domain,

中国知网 https://www.cnki.net

considering the difference between the fixed tolerance domain of positioning tolerance and the floating tolerance domain of orientation tolerance in the combination tolerance, the inequality group expression model of tolerance domain of the combination tolerance of the planar geometric features and cylindrical geometric features of the gear system is established. Combined with the Monte Carlo statistical simulation method, the accurate statistical simulation of random manufacturing deviation is realized, and the basis for manufacturing deviation transfer calculation is provided.

(2) Series-parallel deviation transfer modeling of large multi-stage planetary gear system

According to the complex assembly relationship and actual assembly process of large multi-stage planetary gear system, we propose the definition of assembly step and primary and secondary contact pairs to express the assembly sequence and the contact positioning primary and secondary relationship of multiple contact pairs. Based on the matrix model of manufacturing deviation transfer, the general formulae for calculating the unknown parameters in the primary and secondary contact transformation arrays of "cylindrical + small plane" and "plane + short cylinder" multi-contact assemblies are established based on the six-degree-of-freedom positioning coordination of the primary and secondary contact pairs. The differences in accuracy and tolerance sensitivity between the proposed deviation transfer calculation method and the existing methods are analyzed.

(3) Analysis and application of assembly deviation of large multi-stage planetary gear system

Aiming at the requirements of circumferential side clearance and contact spot deviation analysis of large multi-stage planetary gear system, the information of manufacturing deviation and assembly relationship is compiled, and the proposed manufacturing deviation characterization method and assembly deviation transfer calculation method are applied to

中国知网 https://www.cnki.net

realize the complete deviation analysis of the object and obtain the relative positional deviation of the meshing gear pair. The mathematical equation for calculating the meshing circumferential side clearance from the positional deviation and tooth shape deviation is established, and the tooth side clearance is calculated for all data samples. Input the gear pair attitude deviation into the finite element meshing simulation and obtain the contact spots of all data samples. The accuracy of the method is verified by comparing the measured tooth side clearances and contact spots. The proposed method is translated into a general gear system deviation analysis software platform.

To sum up, this paper establishes a deviation analysis method applicable to the series-parallel assembly of large multi-stage planetary gear systems, improves the definition of tolerance characterization, overcomes the problem that the existing methods based on series dimensional chains cannot calculate the deviation transfer of parallel assembly relationships in a broad sense, and achieves a high-precision assembly deviation analysis of large multi-stage planetary gear systems, which helps to reduce regrinding and improve production efficiency, and feeds back to the design process to guide tolerance allocation.

KEY WORDS: Planetary gear, deviation description, tolerance analysis, small displacement torsor, assembly simulation

中国知网 https://www.cnki.net

目 录

第一章 绪论.....11
1.1 研究背景及意义.....11
1.2 国内外研究现状.....13
1.2.1 三维刚体偏差分析方法.....13
1.2.2 串并联装配关系表征及计算.....17
1.2.3 装配偏差下齿轮啮合精度计算.....20
1.3 本文研究内容.....23
第二章 大型多级行星齿轮系统装配偏差建模.....25
2.1 大型多级行星齿轮系统整体结构.....25
2.2 基于 SDT 的组合公差下齿轮系统制造偏差表征.....27
2.2.1 齿轮系统的制造偏差标注.....27
2.2.2 基于 SDT 的制造偏差表征.....29
2.2.3 组合公差下的公差域约束表征.....32
2.3 基于蒙特卡罗法的齿轮系统制造偏差随机模拟.....42
2.4 组合公差的相互耦合对制造偏差 SDT 仿真的影响.....45
2.5 本章小结.....47
第三章 大型多级行星齿轮系统串并联装配偏差传递建模.....49
3.1 大型多级行星齿轮系统零组件串并联装配关系.....49
3.1.1 齿轮系统装配接触关系与偏差分析可行性.....49
3.1.2 齿轮系统的串并联装配关系.....52
3.2 齿轮系统串并联装配关系的装配步和主次接触副表征.....53
3.2.1 装配顺序对齿轮系统并联装配偏差传递的影响.....54
3.2.2 装配步和主次接触副定义.....54
3.3 齿轮系统串并联装配关系的顺序装配偏差传递计算模型.....56
3.3.1 基于坐标变换的偏差传递的位姿计算模型.....56
3.3.2 零件内部特征变换阵计算模型.....57
3.3.3 零件间主接触副变换阵计算模型.....58
3.4 实例分析及方法对比.....64
3.4.1 齿轮系统子装配体偏差传递计算过程.....64
3.4.2 装配精度计算结果对比分析.....67
3.4.3 公差敏感度对比分析.....67
3.4.4 基于 CAD 模拟装配的计算准确度验证.....68
3.5 本章小结.....69
第四章 大型多级行星齿轮系统装配偏差计算及验证.....71

中国知网 https://www.cnki.net

4.1 啮合副中心距和轴偏角偏差分析 71
4.1.1 制造偏差和装配关系输入 73
4.1.2 偏差传递计算过程分析 77
4.1.3 结果分析 80
4.2 啮合副圆周侧隙偏差分析与验证 81
4.2.1 圆周侧隙经验公式计算 81
4.2.2 计算结果分析及精度验证 83
4.3 啮合副接触斑点偏差分析与验证 87
4.3.1 含偏差啮合副接触斑点有限元仿真 87
4.3.2 仿真结果分析及精度验证 88
4.4 齿轮系统串并联偏差分析软件平台开发 91
4.5 本章小结 93
第五章 结论与展望 95
5.1 主要研究结论 95
5.2 研究展望 96
参考文献 97
附录 105

中国知网 https://www.cnki.net

第一章 绪论

1.1 研究背景及意义

随着国家高技术装备的自主生产需求提高，大型舰船和风电设备的研发制造和产业结构升级受到重视。大型多级行星齿轮箱可以保证自身高负载运转过程中的传动稳定可靠，它们的高精度批量化生产是大型舰船和风电设备自主生产的关键需求。图 1-1 为大型多级行星齿轮箱和齿轮传动装配体。大型多级行星齿轮箱共包括齿轮传动系统、油路润滑系统和传感监测系统三部分，其中齿轮传动系统承担齿轮箱的核心传动功能，由于大型多级行星齿轮系统为载荷分流设计，输入扭矩通过两级的太阳轮、行星轮及齿圈组等齿轮部件啮合传动减速，并合流通过输出轴输出，齿轮系统的啮合偏差是影响其振动噪声和故障发生重要因素，因此研究大型多级行星齿轮箱制造过程的偏差传递特性对其服役性能十分重要。

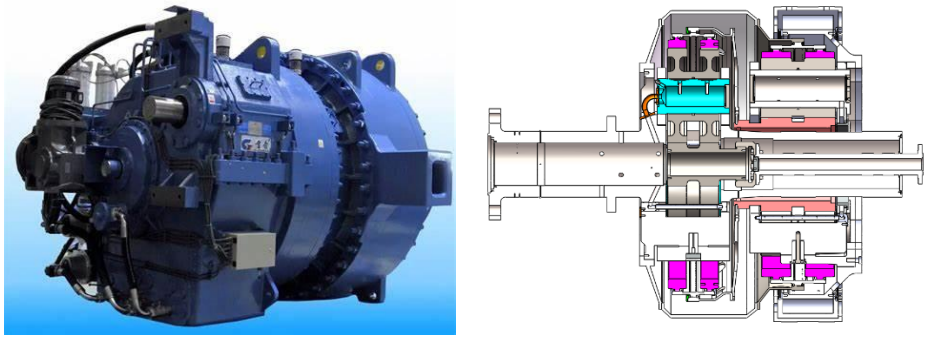


图 1-1 大型多级行星齿轮系统
Fig. 1-1 Large multi-stage planetary gear system

大型多级行星齿轮系统载荷大，寿命要求高，振动噪声要求高，对齿轮啮合精度提出了更高的要求。齿轮啮合精度的检验指标包括图 1-2 所示齿侧间隙和接触斑点。齿侧间隙即啮合齿轮副在装配体中装配固定后齿面间的最大缝隙；接触斑点即啮合齿轮副装配固定后连续啮合传动齿面间接触的面积区域。齿轮箱装配生产必须保证齿侧间隙和接触斑点检验合格。齿轮啮合精度直接影响传动精度，不良的啮合精度会导致齿轮箱运转中产生噪声和异常磨损。负载下工况齿轮啮合精度受齿轮箱装配精度、受热变形和受力变形的共同影响。为了降低这些影响，需要首先在静态空载工况下通过检验齿侧间隙和接触斑点来保证齿轮箱装配体具有足够高的精度。

中国知网 https://www.cnki.net

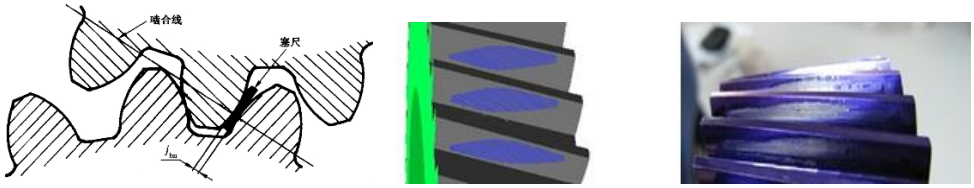


图 1-2 齿侧间隙与齿面接触斑点

Fig. 1-2 Backlash clearence and contact pattern

目前大型多级行星齿轮箱的装配精度控制采用“零件公差检验+装配体公差检验”方式。生产方根据生产经验对各个零件的尺寸形状设定公差约束，确保各零件不超差，试装配后再检验装配体公差。然而，随着装配体性能要求的提高，其装配精度要求也不断提高，出现即使设计了很高的零件精度，装配成整体后仍出现啮合精度超差的情况，表现为接触斑点长宽不达标和轮齿侧隙超出要求范围。目前，大型齿轮箱装配厂通过“工装试装配——修磨——整体试装配——修磨”的反复修磨和检验来满足精度要求，耗费大量时间影响生产效率。为进一步提高齿轮箱生产精度和生产效率，不应依赖人工经验选配修磨，而应量化分析零件的制造偏差和装配体啮合精度间的影响关系，从而更精确地选配修磨。

为指导选配修磨，提高生产效率，需要建立大型多级行星齿轮系统的偏差分析方法，实现虚拟装配仿真，预测啮合精度，溯源超差。传统偏差分析采用尺寸链方法，2000 年以来三维偏差分析方法发展，VSA、3DCS 等三维公差分析商业软件得到普遍应用。三维偏差分析的基本步骤是制造偏差的表征、虚拟装配和偏差传递计算，其计算结果包括关键部位的精度预测和公差敏感度贡献度。然而，大型多级行星齿轮系统具有零件多、含有组合公差、装配关系复杂等特点，给偏差分析带来以下困难，导致现有三维公差分析方法无法有效对大型多级行星齿轮系统进行制造偏差表征和装配关系建模：（1）现有偏差分析方法难以表征在同一几何特征上同时标注多公差的组合公差情况，例如两平行平面间既通过尺寸公差标注两面距离，又通过平行度公差标注两面方向平行。此时形位公差和尺寸公差要求互相耦合，导致实际制造偏差范围难以模拟。实际零件的制造偏差随机波动，且组合公差约束的几何特征需要通过多个公差检验，导致此类特征公差域的表征高度非线性。（2）齿轮系统中多数零件依靠几何特征接触配合定位，为了同时保证其运动功能和刚度与精度，现有齿轮箱零件间并非简单串联装配，而是层次化多级装配。常出现一个零件与多个零件通过多个表面接触，以及子装配体间进行装配的并联装配关系，体现为尺寸传递关系呈复杂网状。现有三维偏差分析方法一般基于串行尺寸链来研究平转动偏差传递，无法直接对网状并联关系进行表征。

中国知网 https://www.cnki.net

现有齿轮系统偏差分析中，为实施并联装配关系的偏差传递计算，只能从网状尺寸关系中人为选择最短尺寸链，简化忽略部分装配关系。然而，客观上并非只有最短尺寸链上的公差影响装配体关键精度，忽略并联关系的其他尺寸链的公差会导致偏差分析不准确。这种精度损失在齿轮系统制造精度要求越来越高的趋势下不可忽视。

针对上述大型多级行星齿轮系统串并联偏差分析难题，本文提出一种偏差分析方法，实现制造偏差表征，装配关系表征、偏差传递计算和公差敏感度溯源。基于小位移旋量制造偏差表达和蒙特卡罗统计仿真方法，考虑组合公差的多公差域耦合约束，建立齿轮系统所有几何特征类型的公差表征模型，并讨论组合公差的影响。基于偏差传递矩阵模型，考虑实际装配工艺的装配顺序和主次接触关系，建立齿轮系统串并联装配关系的通用表征模型和通用偏差传递计算方法，并分析其与现有方法的精度和公差敏感度的区别。最后应用所提方法分析了大型多级行星齿轮系统中零件制造偏差对齿侧间隙和接触斑点的偏差传递，并通过实测数据验证偏差分析准确度，最终成果形成通用的齿轮系统偏差分析软件平台，实现大型多级行星齿轮系统高精度装配偏差分析。

本研究得到国家自然科学基金“塑性变形下超大含筋结构装配偏差精确预测与补偿控制”（课题编号：52275502）的支持。

1.2 国内外研究现状

大型多级行星齿轮系统串并联偏差分析的基本步骤包括制造偏差表征，串并联装配关系表征，偏差传递计算以及最终的齿轮啮合精度计算。本文首先分析了现有的三维刚体偏差分析和公差分析方法，然后深入研究现有偏差分析中并联装配关系的表征和偏差传递计算方法及其局限性，最后研究偏差分析输出下齿轮啮合精度的计算方法。

1.2.1 三维刚体偏差分析方法

齿轮传动系统的偏差来源包括制造精度、装配工艺、弹性形变、热膨胀、间隙浮动和磨损，考虑大型行星齿轮箱的高刚性、多间隙特性，仅从制造和装配偏差的角度分析时，采用的方法是针对制造偏差的刚体偏差分析。刚体偏差分析的输入为制造偏差和装配关系，输出为装配精度预测和敏感度贡献度量化分析结果。

基于运动学和统计学的高精度偏差分析数学模型是研究热点。由于制造偏差

中国知网 https://www.cnki.net

使用公差来控制，刚体偏差分析也称公差分析。自 20 世纪 80 年代开始，随着 GPS、GD&T 等新一代形位公差表征标准的确立，偏差分析和公差分析数学模型逐渐系统化，形成了多个经典通用的数学模型[1, 2]。各个数学模型以运动学偏差传递计算方法为基础，配合公差累加的统计学方法，实现公差下的偏差传递统计计算。各类运动学模型有其适配的偏差传递计算方法和公差输入输出统计方法。

刚体偏差分析的一般步骤是首先表达含有制造偏差的零件三维形状尺寸，然后应用运动学方法计算装配完成后所有零件及其特征面的空间位姿，同时提取该计算过程中各偏差的敏感度贡献度。近 20 年来发展的刚体偏差分析方法有矢量环模型、矩阵模型、肤面模型等。**①矢量环模型**。Chase 和 Gao[3, 4]结合了矢量环模型和直接线性化方法（direct linearization method, DLM），基于矢量闭环或开环运动学方程，取其一阶泰勒展开作为系数累加偏差。该模型先将各个零件的某方向的尺寸矢量在接触点处头尾衔接，构建尺寸闭环方程，再根据此闭环方程的一阶泰勒展开添加制造偏差变量和装配体由制造偏差导致的运动变量，最终获取运动变量关于制造偏差变量的开环关系。所提取的关系矩阵是敏感度矩阵，其中的元素可以用于累加实测偏差或者公差。该模型定义清晰，适合于点接触的零件间的装配偏差传递，但是不适于表达接触面的形位公差。为了在运动学方程中表达形位公差，Gao 在局部使用齐次坐标变换阵求得接触点在形位公差下的运动[5]。矢量环模型和直接线性化方法已被应用于火箭发动机管路[6]、飞机机翼内襟翼摇臂[7]等装配体。进一步求二阶泰勒展开的方法称二阶方法(Second-order Method)。二阶方法结合迭代求解方法对非线性方程和非正态分布输入有更高的计算精度[4, 8]。**②矩阵模型。**Desrochers 和 Ghie 等基于 Clément 等提出的工艺和拓扑相关曲面（Technologically and topologically related surfaces, TTRS）[9]和小位移旋量[10]提出了矩阵模型（matrix approach）[11]和雅可比旋量模型（unified Jacobian-torsor model）[12-14]。小位移旋量方法是通用性强的三维的制造偏差表达方法，其用几何特征局部坐标系的六自由度微动表达制造偏差，并结合齐次坐标变换（HTM）或是雅可比矩阵来进行偏差传递计算。雅可比旋量模型是矩阵模型的一阶简化，通过求雅可比的方式描述小位移旋量六个分量对装配体目标特征位移的影响。雅可比旋量模型具有计算量小，可逆向计算的特点，但同时相对于矩阵模型损失了约 3%的精度。矩阵模型和雅可比模型适用于串联装配关系。矩阵模型和雅可比旋量模型都需要用小位移旋量表达公差约束下的特征面偏差。**③肤面模型。**肤面模型（Skin Model）由 Ballu 等[15]从 GeoSpelling[16]形位公差描述中提取的一种波动表面表征模型，是从抽象公差参数到具体零件波动表面的一种对应关系。Ballu

中国知网 https://www.cnki.net

在后续发展了离散几何表述，称肤面模型形状（Skin Model Shape）[17]。Schleich细化了用肤面模型建立离散化含偏差波动表面的流程[18]。该模型适于表达齿轮轮齿等含偏差复杂表面，可以视为齿面方程的一种拓展[19,20]。肤面模型被应用于直齿轮[21]，斜齿轮[22]和轴孔装配[23,24]。肤面模型仅是一种波动表面的表征模型，所以其需要配合其他运动学模型进行偏差传递计算，比如雅可比模型或多面体模型[23]。

偏差分析中偏差表征十分重要，目的是高效精确地模拟零件制造偏差导致的几何轮廓波动。制造偏差首先受生产设备的精度影响，还受公差约束，公差检验不合格的零件会返修或舍弃。针对不同特征在不同公差约束下的偏差变动域，陈华[25]、吕程[26]、王移风[27]、吴常林[28]、姚思宇[29]等先后针对 SDT 公差表征需求建立了部分种类公差的旋量约束的不等式，该不等式约束方法有效表达了 SDT 六自由度分量间的耦合约束关系。陈华在研究中指出组合公差的表征是旋量公差表征的难点，并给出一种平面尺寸和平行度公差的组合情况的非线性不等式约束，但并未涵盖实际设计标注的所有组合公差[30]。吕程针对公差耦合问题，指出组合公差遵循公差独立原则，并假设尺寸公差大于位置公差，位置公差大于形状公差，并依此提出一种 SDT 平面多公差耦合约束方程。然而，仅研究平面的尺寸和形位公差耦合并不能解决实际所有几何特征类型的组合公差表征。为了拓展应用，使其适合大型多级行星齿轮系统的所有公差标注，需要进一步对各类几何特征的公差及组合公差标注进行统一建模。

针对齿轮传动系统的偏差分析和公差分析一直是齿轮系统精度相关的热点研究问题。现有研究中，复杂网络、尺寸链、矢量环、SDT、肤面模型等方法都在齿轮传动系统偏差分析中被应用。祝鹏[31]基于复杂网络理论建立锥齿轮轴组件的偏差传递网络，实现公差的重要度排序，但是其网络节点定义较抽象，难以说明实际物理意义。陶俐言[32]建立齿轮组件一维尺寸链并进行公差优化，但并未指出如何建模。Armillotta [33]采用一维尺寸链和静力学类比的方法研究齿轮系统的轴线平行、中心距及其公差敏感度，其中制造偏差的传递被等效为力和力矩的传递，指出了尺寸链的本质，但是其分析依赖于静力学模型的建立，对于复杂系统较难实行。Zhang[34]借助齿轮传动运动学模型建立矢量环，实现齿轮传动误差的偏差分析，该方法将所有传动接触点连接形成二维矢量环，研究偏差对矢量长度和方向的影响，但制造偏差的三维轮廓的波动在接触点处的表征涉及过多简化。黄康[35]应用 SDT 和矩阵方法进行齿轮系统偏差分析并将结合齿面方程研究了传动误差，但研究对象仅含三个零件简化了装配关系的表征。张磊[36]也用 SDT 表

中国知网 https://www.cnki.net

征齿轮系统零件偏差，但同样忽视了多零件装配关系对偏差传递的影响。Zhou[37]应用类蒙特卡罗仿真模拟 SDT 表征的公差域范围内的随机偏差，能够实现用更少的样本个数填充满整个公差域，适于替代极值法。Li 和 Zhao[38, 39]结合使用 HTM 和 SDT 对航空发动机转子实现偏差分析，并提出控制回转件的安装相位来减少同轴度误差累积。Mu[40]在应用 SDT 方法时将载荷下的变形考虑为额外制造偏差，分析了高压压缩机转子系统的装配偏差。Li 和 Hou[41]使用 SDT 结合有向图和三维尺寸链来对减速箱进行偏差传递计算。易王画[42]应用雅可比旋量模型和极值法预测分析了全回转推进器传动轴系的齿轮间距和夹角，其分析对象含 6 个零件，结构较复杂且含有并联装配关系，所以其应用了 SDT 局部并联合并的求解方法。Li[43]应用雅可比旋量模型和极值法分析了三个零件的齿轮系统轴线相对位姿。Polini[44]使用雅可比旋量模型和方根法研究一平面简单案例，并指出极值法结果倾向于高估最终偏差。Jian[45]在应用雅可比旋量方法来研究 11 个零件组成的齿轮系统偏差传递时，指出该方法在复杂机械系统的偏差分析建模中存在局限，并提出元动作单元理论和“功能-运动-动作”方法来进行建模，但是该结果基本等同于基于特征和装配关系图的建模方法，且面对局部并联关系时采用了陈华和曾文会提出的局部并联合并方法。此外，有学者应用肤面模型[20-22]或其他离散化方法[46, 47]对含公差齿轮表面进行建模来实现齿面接触分析(tooth contact analysis, TCA)，然而这些研究的对象是齿面误差和传动误差，而非齿轮系统的零件的偏差。

综上所述，齿轮系统的偏差分析研究具有从基于定位点到基于几何特征，从一维尺寸链到三维尺寸链，从简单对象到复杂对象的总体趋势。一维方法在建模过程中涉及过多简化和假设，不适用于齿轮系统，逐渐被三维偏差分析方法取代。基于几何特征的公差分析方法更适于表达形位公差，也更适于应用于 CAD 数字样机环境。虽然现有方法能建模几个零件组成的简单系统，但系统零件的增多和装配关系的复杂化使偏差分析的建模难度明显增加，因为公差的类型以及装配关系的类型更加多样化。特别是同一几何特征标注多个公差约束的组合公差情况，由于尺寸公差和形位公差的约束关系耦合。大型多级行星齿轮系统具有数十个相互紧密装配的零件，现有偏差分析方法无法表征所有制造偏差和装配偏差且无法计算复杂尺寸链偏差传递关系。现有研究中的研究对象被限制为最多只含 3~4 个零件的简单装配体，且其公差标注和装配关系经过简化，影响了分析精度。另外，现有研究中并未提供由零件制造偏差计算齿侧间隙和接触斑点的方法。若要实现大型多级行星齿轮系统的偏差分析，需要改进现有方法使其能够表征制造偏差和

中国知网 https://www.cnki.net

装配关系，并计算齿轮啮合精度指标。

1.2.2 串并联装配关系表征及计算

大型多级行星传动系统由 20 个以上主要部件通过平面法兰、轴孔装配等方式装配，具有复杂串并联装配关系，其装配有向图形成复杂网状图，难以用简单尺寸链表达。装配关系的表达是偏差分析流程中制造偏差表征和偏差传递计算的中间步骤，相当于三维尺寸链。装配关系既是装配体零件间的接触关系，又是各零件各特征的偏差对封闭环偏差的影响关系。装配关系的表达是偏差分析中非常重要的步骤，并且直接影响偏差分析的精度，但是现有偏差分析方法研究中常采用具有直观装配关系的简单案例，因而忽视了通用的装配关系建模表征方法的研究。装配关系的表达决定了偏差传递的计算方式，更贴近实际装配工艺的装配关系表达能够获得更准确的偏差传递计算结果。

现有研究中装配关系常用有向图或无向图来抽象表达，其节点为几何特征，连线为装配关系或是偏差基准关系，最终形成链状或网状装配关系图。不同于传统尺寸链，装配关系图中的连线不单表示某一方向上的尺寸叠加关系而是表示六自由度的位置和方向传递关系，因为几何特征间的接触定位并是面对面约束平转动。装配关系有向图或无向图可以等效为邻接矩阵，其行列数量为总几何特征数量，矩阵元素为零或非零则表示其行列序号对应的两几何特征之间无或有连线。现有研究中基于装配关系图可以实现尺寸链搜索和装配顺序规划。Gao[48]通过传输网络搜索，提取出装配尺寸链，但只适用简单装配体的单一尺寸链。王恒[49]基于图通过尺寸链最短原则和 ARTG 搜索来获取尺寸链，并提出了封闭环方向优先的搜索原则进一步指导搜索。郭崇颖[50]基于图利用有向图最小路径原理实现了装配尺寸链的自动生成，其采用 Dijkstra 算法求解最短路径，并通过配合公差是否在封闭环方向上有投影来剔除部分有向图的边从而减少多条装配路径的可能，但是其忽略了基于特征的装配图中即使节点公差在封闭环方向没有投影也会由平转动耦合影响封闭环。鲍强伟[51]为提高尺寸链生成的准确性和唯一性，建立装配关系传递图，考虑过盈配合和间隙配合的相对优先级自动生成装配尺寸链，实现某一曲柄滑块机构的尺寸链建立，但未给出优先级相同的尺寸链如何抉择。郑素娟[52] 通过最短路径以及对关键特征的自动搜索自动生成尺寸链，其特别指出若并联关系中一条尺寸链不足以约束目标特征的六自由度定位，则应搜索其他尺寸链辅助，但是其未提出多尺寸链如何进行偏差分析计算。季忠齐[53]结合割集法

中国知网 https://www.cnki.net

和启发式搜索方法解决装配顺序规划中的组合爆炸问题。邢彦锋[54, 55]应用装配关联图及矩阵自动生成车身装配序列。杨光[56]用干涉矩阵和邻接矩阵规划拆卸方案。装配顺序常通过经验直观设计并形成装配工艺文件，所以装配顺序规划在齿轮系统中并无直接应用意义，但是尺寸链搜索是传统偏差分析和质量控制的必要前置步骤。现有基于装配关系图的尺寸链搜索均采取最短尺寸链或封闭环方向投影优先的原则，寻找网状并联装配关系图中多条尺寸链中最重要的一条。然而，非最短尺寸链客观上也影响了目标偏差，现有方法对此作了简化，不可避免地损失了计算精度。

现有刚体偏差分析方法都是串联方法，包括矢量环方法、矩阵方法和雅可比旋量方法。串联偏差分析方法计算偏差传递时，假设各零件头尾相固结形成串联关系，类比串联机械臂，则此时所有制造偏差可类比机械臂关节的微小运动，适合应用机器人学的运动和速度分析方法。各个特征的制造偏差叠加影响目标偏差，此偏差传递过程就可以采用机器人各关节位移或速度共同影响手部位移或速度的计算方式。串联方法的优点是能够明确给出环节偏差和目标偏差的线性关系，易于计算分析。然而，简单装配体的装配关系图呈线状串联关系，但是复杂装配体的装配关系图常呈网状并联关系。并联装配关系图中含有环路，且两特征节点间的路径不止一条。并联装配关系的产生原因是装配工艺中两零件有多个特征对接触，或一个零件与多零件有多个特征对接触，甚至是装配工艺中两子装配体通过多个特征对接触。对并联装配关系应用串联方法时会出现自由度过定位，因为串联方法假设一个装配接触的特征间是固结的并定位了六自由度，而第二对特征同时定位了六自由度，两者的实际制造偏差不可能协调，这使得现有串联偏差分析方法应用于并联装配关系时只能忽略最短尺寸链以外的尺寸链，导致精度降低。许多学者在复杂装配体的偏差分析研究中认识到串联方法的局限性并尝试改进。陈华和曾文会[25, 57] 基于雅可比旋量模型提出局部并联装配关系合并的方法，将五种形式的局部并联连接转换为串联连接。其指出两零件装配时，其接触的两特征间的间隙和制造偏差可以用 SDT 表达，其六自由度参数在公差域和间隙的空间中波动，范围受公差和间隙大小约束，当添加另一对接触特征时，可以对两对接触特征装配关系自由度约束作交和并从而将两对接触的两个SDT合并成一个，最终确定两零件间相对位置和方向偏差。然而，这种定义实质上是公差域和间隙域在理想位置的合并，公差域的约束合并后变得更加严格，排除了原本合格的零件，与实际生产不符。Ding 和 Jin[58, 59]在雅可比旋量方法中通过区分定位基准的主要和次要关系来将串联化局部并联的 SDT 实现航空发动机转子的偏差分析。

中国知网 https://www.cnki.net

与陈华和曾文会所提方法不同的是其针对 SDT 具体数值而非范围，并在两个六自由度 SDT 合并时保留数值较大的分量，但是其即使保留 SDT 较大分量也不能保证装配不干涉。刘婷[60]提出用肤面模型计算“轴孔+平面”类型的局部并联装配关系的相对偏差，其网格化随机波动模拟零件制造偏差，其在局部并联偏差传递计算时用优化方法以最近点距离最小化为优化目标并以表面不穿透为约束计算两装配接触面的相对位置和方向。当装配接触面不止一对时，其优化目标改为两对接触面的最近点的距离和之和，从而保证并联装配关系的各个接触都尽量装配紧密。其发现对比原串联方法，考虑局部并联后装配偏差会因为引入更多制造偏差而增大。这种基于肤面模型的并联接触仿真方法相比公差域约束合并方法更贴近实际情况，但是网格化的偏差表征和装配接触的优化计算需要大量计算资源，故只适于计算单个样本的偏差传递而不适于计算批量样本。Jaishankar[61]基于 T-Map®偏差表征，考虑应力变形处理两同向矩形面接触案例的并联装配。其指出两矩形面都紧密接触所以该并联装配问题必然涉及应力变形，但是未考虑实际装配体中的非紧密接触情况。Gouyou[62]用多面体装配接触模型处理法兰盘多螺栓浮动的并联装配，但是其应用局限于轴孔间隙。现有并联装配关系研究最大缺点是忽略了广义并联关系而只考虑局部并联关系。当分析对象结构简单时仅研究两零件间的并联关系已经足够，但是大型多级行星齿轮系统零件多且层次化装配，必然出现子装配体之间的并联装配，此时涉及到的 SDT 不止有装配接触对，还包括子装配体中零件间的制造偏差 SDT 和装配偏差 SDT。局部并联合并的方法只能合并两个 SDT，并不适用于广义并联关系。这是因为局部并联合并要求被合并的多个接触关系在两个零件上，合并后形成的新装配关系可以连接两零件，但是当被合并的多个接触关系涉及三个以上零件时，合并后的装配关系无论连接哪两个零件都有零件的装配关系断裂。

要完全解决并联装配关系中的偏差传递计算问题，需要重新审视现有方法的假设是否贴近实际，尽可能模拟真实装配中的多零件间产生多面接触定位过程。现有研究中许多学者指出了实际装配工艺中装配顺序和接触关系的重要性，面对实际复杂装配体时装配顺序和接触关系不可忽视。Li 和 Zhu[41, 63]指出不同的装配顺序会影响装配精度，其研究对象为由三个螺栓和两个三孔平台组成的电机支架，先安装一个螺栓后其相关制造偏差导致后两个螺栓安装可动范围变小，但其计算方法只适用于多孔并联装配。Goka[64]指出过约束装配的公差分析会受实际接触物理作用的影响，并将接触类型分为固定、滑动和浮动接触。其指出固定接触中两接触面完全不能相对运动，滑动接触中两接触面间在部分方向可动，浮动接触

中国知网 https://www.cnki.net

中由于两接触面六自由度可动。其采用 SDA（Signed distance approach）距离最小优化算法来计算两滑动接触的偏差旋量，并采用干涉约束条件来计算滑动接触的偏差旋量范围。这种计算方法揭示了装配接触的实际物理含义并且适用于并联装配关系，然而其距离最小的优化算法与实际装配接触情况不符，精度无法保证。Anselmetti[65]较早地在其团队所研制的 CLIC（Cotation en Localisation avec Influence des Contacts）偏差分析系统中对各类装配接触关系作经验上的初步定义。其通过定位表来表达在当前装配体上逐步添加组件的过程，并将每一步装配的多接触副定义为主要、次要和第三特征。作为较早实际应用的偏差分析系统，CLIC 针对复杂装配体的装配关系表征提供了较完整的定义，但其偏差传递计算仍依靠传统尺寸链。Jin[59]指出定位基准点具有的主次接触关系影响并联关系的串联化，实际装配中的接触类型影响其定位的自由度，不同类型的接触约束的自由度不同。Goetz 等[66]着眼于接触面的自由度用雅可比旋量模型分析了曲柄活塞装配体，对公差的元素和需要限制的 DOF 进行优先排序。Utpal[67]分析了多面体零件在装配接触时零件的位置和方向与零件形状偏差的关系，指出偏差的引入使接触关系变得非常复杂。这些研究从各个角度和各类对象来说明装配顺序直接影响建模和计算，同时接触关系的几何类型、紧密性和主次关系影响其自由度定位。为了实现复杂装配体的偏差分析统一建模，需要进一步应用装配顺序、接触关系和自由度定位的原理。

综上所述，现有研究中复杂装配关系以网状装配关系图表征并采用最短路径原则提取尺寸链，忽略了并联路径上的其它尺寸链。通过局部并联装配关系合并来实现并联路径的串联化方法可以处理两个零件间的并联关系，但无法处理三个及以上零件互相接触的广义并联关系。为了实现广义并联关系的表征和传递计算，需要考虑实际装配工艺中的装配顺序和解除关系，形成新的装配关系表征和偏差传递方法。

1.2.3 装配偏差下齿轮啮合精度计算

大型多级行星齿轮系统偏差分析的最终目标是预测并控制齿轮啮合精度，其指标包括齿侧间隙和接触斑点。齿侧间隙可以从定义上分为法向侧隙和圆周侧隙，两者之比为接触角的余弦。齿侧间隙影响齿轮系统的润滑性能和启动时的齿间冲击。若齿隙太小，则齿轮膨胀时容易卡死且润滑油不易通过；若齿隙太大，则启动时系统产生较大冲击噪声，且对于需要来回旋转的传动系统会导致回差过大。接触斑点的长宽形状反映齿面是否保持良好线接触，有无轴线偏斜。良好的接触

中国知网 https://www.cnki.net

斑点应该保证齿宽方向接触面积达 70%以上且齿高方向接触面积达 45%以上，若出现接触斑点过小或明显偏向齿面一侧，则说明两齿面不能较好啮合，需要通过修磨来保证负载运行时应力和磨损的均匀性。齿侧间隙和接触斑点均为大型多级行星齿轮系统的合格检验项。在测量工装上或试车台上将零件试装配并测量齿侧间隙和接触斑点，若不合格则返回修磨，此过程基本依靠人工经验试错，缺乏量化指导，解决此问题是齿轮系统偏差分析的核心目标。

现有研究中装配偏差下的齿侧间隙的计算方法多为经验公式方法，考虑各制造偏差的影响在理想几何量上进行补偿。丁淳[68]推导了侧隙和中心距、齿厚和齿槽宽的几何关系给出一种简单的侧隙计算公式。胡顺[69]指出齿轮副侧隙需要保证正常润滑和受热膨胀补偿，并提供了最小和最大圆周侧隙的一种经验公式。潘洪杰[70]研究了行星齿轮齿侧间隙和中心距偏差、箱体孔距偏差、轴线平行度误差、行星架误差、轴承间隙误差等等各零件偏差的关系，但是其只是考虑各零件偏差单独影响并叠加，并没有从装配偏差三维传递的角度来计算齿侧间隙。董玉涛[71]从几何学的角度分析齿轮啮合的过程给出了法向侧隙和圆周侧隙的公式推导，其考虑了齿槽宽、齿厚和中心距偏差。朱旺虎等[72]用 ISO/TR10064-2:1996 和 GB/Z18620.2-2002 表准中的经验公式来计算齿隙的误差补偿，考虑因素包括基节偏差、齿向公差和轴线平行度公差等。曹代佳[73]研究 RV 减速器的回差时采用补偿量形式，其考虑了移距修形、等距修形、针齿中心圆半径误差、针齿销半径误差、摆线轮齿圈径向跳动误差、摆线齿轮周节累积误差、针齿销孔圆周位置度误差、针齿销孔配合间隙、等距修形误差、移距修形误差和偏心距误差引起的输出轴回差等误差因素的回差补偿。郝晓晗等[74]参考标准 DIN 3967－1978《侧隙 齿厚偏差 齿厚公差原则》中圆周侧隙计算公式，给出最大最小圆周侧隙的经验算法。这些经验公式方法能够简单有效地计算齿侧间隙，但是考虑系统制造偏差的影响时只考虑单变量的补偿，而非三维平转动偏差传递，故其分析精度很大程度受经验公式的参数设置影响。需要将齿侧间隙的经验公式结合三维刚体偏差分析的六自由度偏差结果，形成统一的齿侧间隙偏差分析数学模型。

现有研究中接触斑点的计算方法可以分为齿接触分析和有限元分析。齿接触分析是一种成熟的齿面几何接触的解析计算方法，其先通过齿面加工工艺构建齿面包络方程，然后加入偏差和修形的修正。Bruyère[75]基于齿接触分析和蒙特卡罗模拟，实现齿轮的几何偏差进行建模，齿面方程根据六自由度偏差坐标变换。由于齿接触分析中齿面为点接触，故其只能计算啮合传动误差，而无法获得接触斑点。Bracci[76]基于齿接触分析由平面上所有瞬时接触面积的凸包络来估计接触斑

中国知网 https://www.cnki.net

点，并以有限元方法验证，其定义两接触齿面具有一定穿透，并采用优化算法来尽量减少穿透，计算步骤较复杂，建模和计算的成本高于有限元。Schleich[47]以离散点距离来定义肤面模型随机波动齿面的接触并计算了传动误差，但是为提出此模型下齿面接触斑点的定义。Lin[77] 开发了一种数值齿形接触分析（NTCA）技术，基于实测数据重建齿面 B 样条曲面，并计算传动误差和接触斑点。其定义距离小于 4 微米的齿面为接触来获取啮合周期的接触斑点。Sanchez-Marin[78]基于 TCA 参考齿对接触面的离散化和几何上的自适应细化计算齿轮组传动周期的每个位置的瞬时接触面积，并研究制造偏差引入后轮齿轴线错位的影响，指出偏差引入会导致边接触和点接触。由于 TCA 为刚性点接触，其定义点附近齿面距离小于标记厚度的面积为接触面积。李轩[79]用轮齿承载接触分析（LTCA）模型，结合准静态分析和非线性赫兹接触刚度研究摆线针轮行星传动系统啮合刚度，但是未给出接触斑点。Guan[80]基于微分几何和齿轮啮合理论，从齿轮加工工艺推导齿面方程用于齿接触分析，并研究不对中偏差对接触的影响。其获取接触斑点的方式是允许一定接触面干涉并以干涉区域为接触斑点。徐琪超[81]根据微分几何与面齿轮啮合原理推导插齿刀展成的面齿轮理论齿面的齿面方程，提出一种面齿轮传动有限元网格模型的解析建模方法，通过有限元分析得到齿面接触斑点，结果和实测滚检印痕较匹配。其将偏置、轴向、轴夹角等安装误差作为变量研究其对接触斑点、接触应力、齿根弯曲应力和传动误差的影响，但是未指出这些安装误差的来源。Mu 等[82]基于 TCA 研究齿面修形对传动误差和接触斑点的影响，并用有限元分析方法验证，其接触斑点区域用接触点附近的短线近似获得。Wang 等[83] 利用 TCA 技术、LTCA 技术和齿轮的动态特性分析，完成了斜齿轮的三维修形，其中齿面接触穿透由赫兹接触刚度确定，接触斑点为穿透部分的集合。

综上所述，现有齿侧间隙计算经验公式获得较可靠的结果并能够考虑制造和装配偏差补偿，但未和三维刚体偏差分析结合形成统一数学模型。齿面接触斑点可由 TCA 或 LTCA 解析齿面方程获得，但其接触区域靠人为约定为解析接触点附近，比较而言有限元分析方法能够得到更可靠的接触斑点仿真结果，并且也能够结合齿面的不对中、偏角等装配偏差。

中国知网 https://www.cnki.net

1.3 本文研究内容

本文针对大型多级行星齿轮系统偏差分析需求，着重解决目前基于 SDT 的方法在制造偏差表征和偏差传递计算中存在的问题，提出一种串并联偏差分析方法。首先建立装配偏差模型来表达制造偏差，然后建立偏差传递模型来计算装配体整体偏差，最后将该模型用于齿轮系统的偏差分析验证其可行性。全文共包括五个章节，各章的具体研究内容与思路如下：

第一章为绪论，首先阐述了本文的研究背景及意义，指出目前大型多级行星齿轮系统偏差分析的重要意义以及其面临的组合公差和串并联装配关系两大问题。然后根据齿轮系统偏差分析需要，分别从现有三维刚体偏差分析方法，串并联装配关系表征及其偏差传递计算，装配偏差下齿轮啮合精度计算等方面介绍了现有国内外学者的研究成果，并总结了现有研究成果的不足，最后阐述了本文的研究内容。

第二章对大型多级行星齿轮系统的制造偏差进行建模表征。根据齿轮系统实际制造偏差的尺寸和形位公差标注和检验工艺，基于制造偏差的小位移旋量表达和公差域的不等式组表达，考虑组合公差中定位公差的固定公差域和定向公差的浮动公差域的区别，建立齿轮系统平面几何特征和圆柱几何特征的组合公差的公差域不等式组表达模型。结合蒙特卡罗统计仿真方法，实现随机制造偏差的准确统计模拟，为制造偏差传递计算提供基础。最后分析了组合公差因素对偏差表征和制造偏差模拟的影响。

第三章对大型多级行星齿轮串并联装配关系进行建模表征并提出相应偏差传递计算方法。根据大型多级行星齿轮系统复杂装配关系和实际装配工艺，提出装配步和主次接触副定义来表达装配顺序和多接触副的接触定位主次关系。建立考虑装配顺序的齿轮系统串并联装配偏差传递模型，根据主次接触副的六自由度定位协调，建立“圆柱+小平面”和“平面+短圆柱”两类多接触装配的主接触副变换阵中的未知参数的通用计算公式。分析所提偏差传递计算方法和现有方法的精确度和公差敏感度区别，并验证了计算准确度。

第四章为大型多级行星齿轮系统的偏差分析。针对大型多级行星齿轮系统的圆周侧隙和接触斑点偏差分析需求，整理制造偏差和装配关系信息，应用所提制造偏差表征方法和装配偏差传递计算方法，实现行星齿轮系统偏差分析，获取啮合齿轮副的相对位姿偏差。提出由位姿偏差和轮齿形状偏差计算啮合圆周侧隙的数学模型并计算所有数据样本的齿侧间隙。将齿轮副位姿偏差输入有限元啮合仿

中国知网 https://www.cnki.net

真获得所有数据样本的接触斑点，对比实测齿侧间隙和接触斑点验证方法准确度，最后将所提方法编制为通用齿轮系统偏差分析软件平台。

第五章对归纳了本文的研究工作，总结了论文取得的研究成果，提出了本文方法的不足，并展望了后续研究工作的可能方向。

中国知网 https://www.cnki.net

第二章 大型多级行星齿轮系统装配偏差建模

大型多级行星齿轮系统的装配偏差影响其振动噪声和磨损性能。其零件制造偏差不可避免，其实际几何尺寸形状将偏离设计几何尺寸形状。齿轮系统零件结构刚性高，常温空载情况下排除受力受热变形，则系统装配偏差完全来源于零件制造偏差。对零件制造偏差进行数学表征，是齿轮系统装配偏差传递计算和偏差分析的必需前置步骤。各零件的实际形状由公差检验工艺保证，满足 GPS 或 GD＆T 尺寸及形位公差设计要求。小位移旋量模型（Small displacement torsor，SDT）以几何特征的六自由度变动表征制造偏差，配合公差约束条件可以描述几何特征的最大变动范围公差域。由于公差标注类型繁多，现有的 SDT 缺乏统一完整的公差域表征，并不能覆盖齿轮系统涉及的所有制造偏差类型。特别地，齿轮系统中同一几何特征会涉及多个公差标注的组合公差情况，而各个公差约束间相互耦合，给公差域的 SDT 表征带来定义困难。

针对大型多级行星齿轮系统的装配偏差建模需求，本章首先介绍大型多级行星齿轮系统的整体结构特点；根据大型多级行星齿轮系统的制造偏差标注，完善齿轮系统制造偏差的 SDT 表征和公差域约束定义；根据固定公差域和浮动公差域的耦合关系，提出多不等式约束定义实现了平面特征和圆柱特征的组合公差表征；结合组合公差不等式约束定义和蒙特卡罗统计仿真方法实现公差域内随机制造偏差的模拟；分析组合公差因素对偏差表征和制造偏差模拟的影响。

2.1 大型多级行星齿轮系统整体结构

大型多级行星齿轮箱包括行星齿轮传动系统、油路润滑系统和箱体隔振系统。图 2-1 为齿轮箱数模中的齿轮系统部分剖面图，为二级行星传动，采用载荷分流的设计，部分载荷由一级行星传动机构通过行星架与输出轴的销连接输出，其余载荷由二级行星传动机构通过联接筒与输出轴的连接输出。排除油路润滑零件和紧固件后，该行星齿轮传动系统含 30 个零件，仍然具有很高的复杂程度。

中国知网 https://www.cnki.net

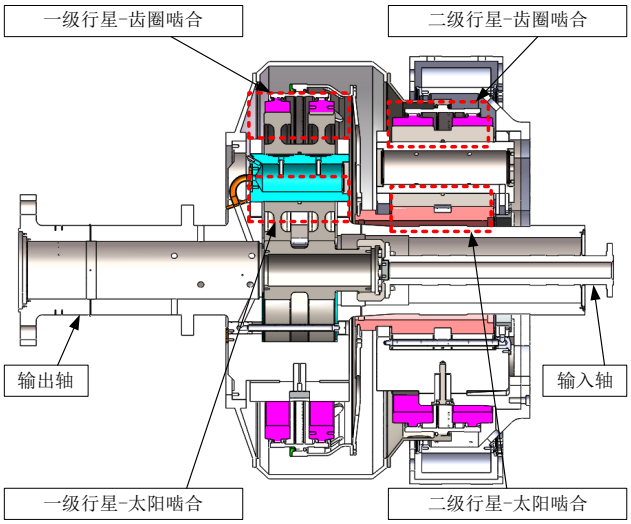


图 2-1 大型多级行星齿轮传动系统整体结构

Fig. 2-1 Overall structure of a large multi-stage planetary gear system

一、二级行星传动系统的装配体功能性示意图如图 2-2 所示。一级行星传动机构主要包括输入轴太阳轮、行星架行星轮、输出轴等组件。一级行星传动机构中，太阳轮通过齿套连接输入轴，然后连接汽轮机的输出。三个一级行星轮安装于滑动轴承，滑动轴承安装于一级行星架，一级行星架通过销和三个部分圆柱面安装于输出轴。一级行星轮与一级太阳轮和一级内齿圈啮合。太阳轮浮动于三个一级行星轮并通过人字齿的对中性保持在轴向和径向的中间部位。输出轴由箱体上的滑动轴承支撑。二级行星传动机构主要包括二级太阳轮、二级行星轮、二级行星架、二级齿圈组等组件。一级齿圈组通过轮盘和二级太阳轮连接，二级太阳轮与五个二级行星轮啮合，二级行星轮通过滑动轴承安装于与箱体固连的二级行星架上，二级行星轮还与二级齿圈组啮合，二级齿圈组通过薄壁筒与输出轴固连。

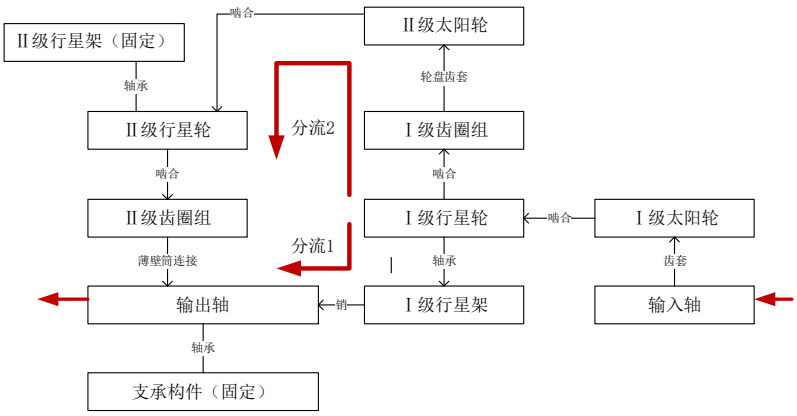


图 2-2 一、二级行星传动系统装配体功能性示意图

Fig. 2-2 Functional diagram of the planetary gear system assembly

中国知网 https://www.cnki.net

传动机构中采用了均载设计，如鼓形花键连接、组合齿圈花键连接、滑动轴承间隙油膜浮动、柔性筒壁传动、细长太阳轮输入轴等，能够在负载和升温时柔性浮动，尽可能减少制造偏差和装配偏差带来的偏载影响，使系统运行时均载。尽管如此，制造偏差的积累仍可能超出系统容许范围，在负载时增大系统柔性变形，增加冲击、振动和噪声，需要通过偏差分析来控制装配偏差。

2.2 基于 SDT 的组合公差下齿轮系统制造偏差表征

制造偏差的数学表征和模拟生成的精度保证了装配偏差估计和偏差分析的精度，必须确保实际制造偏差不超出模拟生成的范围。本节基于小位移旋量模型实现齿轮系统零件随机制造偏差的几何轮廓数学表达和公差域约束数学表达，并针对组合公差问题根据固定公差域和浮动公差域的耦合关系提出多不等式约束定义，实现齿轮系统所有公差标注的制造偏差表征。

2.2.1 齿轮系统的制造偏差标注

齿轮传动系统零件检验表标注示例如图 2-3，该示例中输出轴零件标注了 a1-a17 形位公差检验项、b1-b7 尺寸检验项和 c1 粗糙度检验项。各检验项保证该零件的实际制造偏差在容许范围内。这些检验项由实际设计生产迭代获得，标注于涉及装配接触和行使功能的几何特征上。标注检验项通常经过多次设计迭代，直接影响系统装配偏差，而检验项外的制造偏差一般不影响系统装配偏差。

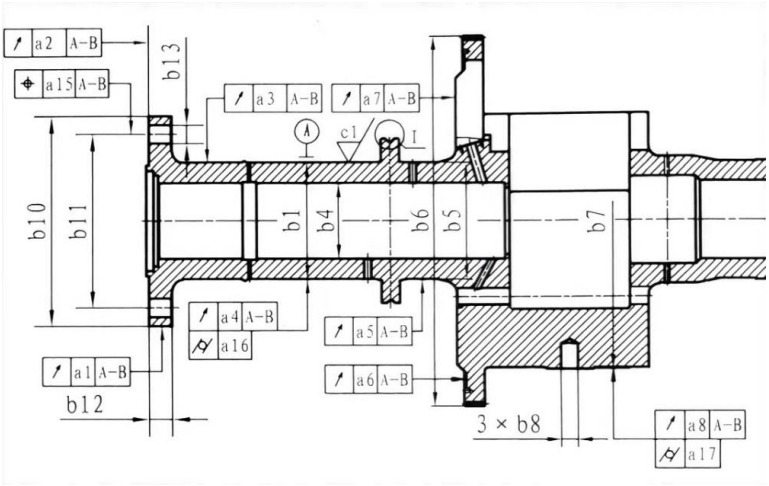


图 2-3 齿轮传动系统零件公差检验表标注示例——输出轴

Fig. 2-3 Example of gear system parts tolerance marking - output shaft

齿轮传动系统的所有制造偏差检验项的类型归纳如表 2-1 所示。根据检验项

中国知网 https://www.cnki.net

的几何定义和检验形式，可分类为尺寸、形状公差、位置公差、粗糙度四类，其中尺寸还分为直径尺寸和长度尺寸，形状和位置公差可分别分为圆柱特征类型和平面特征类型。尺寸检验项的实测值必须介于尺寸公差上下限之间，形状公差、位置公差和粗糙度实测值必须小于设计值。考虑公差标注的基准，直径尺寸、形状公差和粗糙度标注于单一几何特征，而长度尺寸和位置公差标注于对象几何特征和基准几何特征之间。实际公差检验时，直径尺寸、形状公差和粗糙度检验只需要对单一特征打表测量，而长度尺寸和位置公差检验需要将公差基准面和测量工具的基准面紧密贴合，再使用测量工具进行打表测量。明确检验项的检验方法和几何定义有助于各检验项的公差域数学表征建模。

表 2-1 齿轮传动系统制造偏差检验项的类型及其分类

Table 2-1 Type of gear system manufacturing deviation inspection items and their classification

检验项类型	分类	具有基准	图 3 示例
直径尺寸	尺寸	否	b1
长度尺寸		是	b12
圆柱度	圆柱形状公差	否	a16
圆柱直线度			
平面度	平面形状公差		
圆柱跳动度	圆柱位置公差	是	a1
圆柱同轴度			
圆柱位置度			a15
平面跳动度	平面位置公差		a2
平面平行度			
粗糙度	粗糙度	否	c1

该齿轮系统含有较多回转类型部件，适于应用跳动度检验。跳动度检验的实际方式是用夹具夹持作为跳动度基准的圆柱面，然后转动夹具带动回转件转动并在被注几何特征上打表测量。如需要保证平面和圆柱间的垂直度时，可以以圆柱为基准测量平面跳动度，而不需要设垂直度检验项，故所涉及的检验项类型无须涵盖所有公差类型。另外，该齿轮传动系统中轮齿与花键零件标注有轮齿形状制造偏差检验项，包括齿厚、齿距、齿向、齿廓、径向跳动等。轮齿制造偏差对系统性能具有重要影响，但由于轮齿和花键被用于传动而非装配，这类检验项的数学表征方法不同于尺寸、形位等检验项，将在偏差分析中另作考虑。

中国知网 https://www.cnki.net

2.2.2 基于 SDT 的制造偏差表征

参考 ISO 新一代产品几何技术规范与认证（Geometrical Product Specification and Verification，GPS）标准体系中公差的定义，公差设计涉及到的几何要素有实际要素、拟合要素和导出要素，如图 2-4 所示。实际要素是零件实体的外表面，拟合要素是在对实际要素进行测量或装夹时提取到的规范的特征面形状，导出要素是对拟合要素进行几何计算后获得的中心面、中心线、中心点等几何要素。装配体中，实际要素间互相紧密接触传递载荷，此时零件间的接触关系可以近似等效于加工测量时夹具、量具和零件实际要素的接触关系。这种接触关系中，通常假设夹具和量具的接触面是理想几何形状，即拟合要素形状。因此，在装配仿真中，零件间装配的接触面实际要素可以用拟合要素近似取代，称为几何特征。实际表面特征化，可以大量减少表面空间坐标的表征参数量，大幅简化计算，也符合机械加工和装配的实际需求。

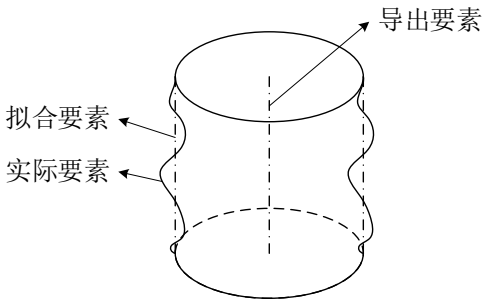


图 2-4 公差设计的几何要素

Fig. 2-4 Geometric elements of tolerance

根据工艺和拓扑相关曲面的定义，所有现实零件的特征面种类有 7 种，配合关系有 28 种。TTRS 几何特征都以是拟合要素定义，均不考虑表面形状公差或粗糙度波动。这些特征都是理想的光滑几何面，保持其几何定义。在此基础上，可以在特征面处建立坐标系并使用特征表面整体的平动和转动表达特征面的偏差，形成 6 分量的向量表达，在几何学和机构运动学中对应旋量的概念，称为旋量模型：

$$\mathbf{T}=\left[u,v,w,\alpha,\beta,\gamma\right]^{\mathrm{T}} \tag{2-1}$$

式中，$\mathbf{T}$ 表示旋量，u,v,w为平动分量，α,β,γ 为转动分量。图 2-5 是某局部坐标系中$u,v,w,\alpha,\beta,\gamma$ 等旋量参数的具体含义。可以写为：

中国知网 https://www.cnki.net

$$T=\begin{bmatrix} u & \alpha \\ v & \beta \\ w & \gamma \end{bmatrix} \tag{2-2}$$

旋量模型是特征面运动学平动和转动变换结果的一种微分近似，要求特征面的平动和转动偏差相对其几何尺寸是微小的，所以称小位移旋量（SDT）模型。必须注意的是 SDT 模型中的旋量（torsor）概念和机构学所用的旋量（screw）概念类似，但是其物理意义并不相同。Torsor 是零件的制造偏差的一种近似模拟方式，而 screw 是刚体运动的数学表达。基于 SDT 模型的偏差分析不需要使用到 screw 的性质。换句话说，torsor 其实是齐次坐标变换的六个子变换的参数，而当该参数微小时六个子变换近似独立，可以任意顺序相乘。

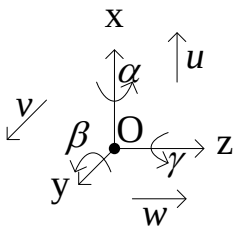


图 2-5 局部坐标系中 SDT 旋量参数的含义
Fig. 2-5 Meaning of SDT torsor parameter in local coordinate system

对于齿轮系统，装配过程中接触面多数情况下为平面或圆柱面，建模为平面特征和圆柱特征。形状不规则的平面以及不完整的圆柱面也可以在建模为相应特征，因为其制造精度控制方法和装配接触与典型平面、圆柱特征无异，不影响建模计算。平面和圆柱面的位置和方向用平面中心或圆柱中心的一个局部坐标系来表示，坐标系建模方法如图 2-6 所示，平面的法向和圆柱的轴向被定义为 x 轴，而 y 轴和 z 轴方向任意，形成右手坐标系。图中 a 表示 z 轴方向的平面长度，b 表示 y 轴方向的平面长度，l 为圆柱母线长度。

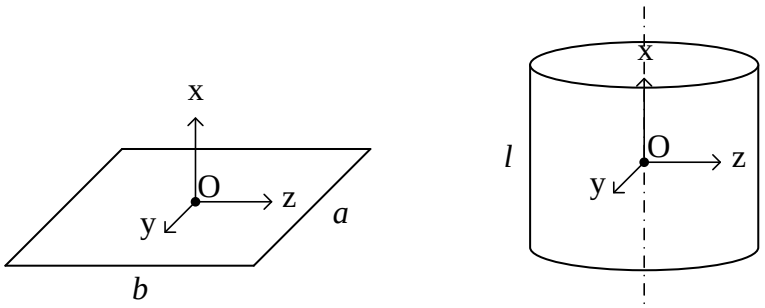


图 2-6 平面和圆柱面的特征局部坐标系
Fig. 2-6 Local coordinate systems of plane and cylinder

中国知网 https://www.cnki.net

SDT 六自由度参数被确定后，制造偏差导致的实际拟合要素相对理想要素的相对位置和方向关系也同时被确定，应用齐次坐标变换可以由 SDT 参数获取实际拟合要素上任意一点的坐标。在理想特征中心建立局部坐标系，若理想特征面上一点坐标为$[x_1, x_2, x_3]^{\mathrm{T}}$，产生偏差后该坐标点对应的坐标为$[x_{1d}, x_{2d}, x_{3d}]^{\mathrm{T}}$，采用“ZYX 欧拉角”来定义六自由度参数的齐次子变换顺序，则理想特征先沿其局部坐标系 xyz 方向平移位移u, v, w，然后绕自身坐标轴 z 轴转动角度γ，再绕自身坐标轴 y 轴转动角度 β，最后绕自身坐标轴 x 轴转动角度α。其变换关系可由运动学齐次变换原理表达为：

$$\begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \\ x_{3d} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\gamma C\beta & -S\gamma C\alpha + C\gamma S\beta S\alpha & S\gamma S\alpha + C\gamma S\beta C\alpha & u \\ S\gamma C\beta & C\gamma C\alpha + S\gamma S\beta S\alpha & -C\gamma S\alpha + S\gamma S\beta C\alpha & v \\ -S\beta & S\alpha C\beta & C\alpha C\beta & w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2-3}$$

其中，S、C 分别为代表 sin 和 cos。由于制造偏差相对零件整体而言微小，各变动分量微小，忽略高阶微小量后上式可简化为如下形式：

$$\begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \\ x_{3d} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & \beta & u \\ \gamma & 1 & -\alpha & v \\ -\beta & \alpha & 1 & w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2-4}$$

该式实现了小位移旋量模型的矩阵表达。简化形式的 SDT 六自由度分量相互独立，齐次子变换的先后顺序也不再影响变换阵的数值。选取“ZYX 欧拉角”形式或简化形式的依据为六自由度分量是否相对微小。对于制造偏差旋量，六自由度分量必然相对微小，适合应用式(2-4)的简化形式，然而对于零件不同特征间的变换这类宏观齐次坐标变换，则适合应用式(2-3)的“ZYX 欧拉角”非简化形式。

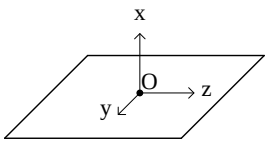
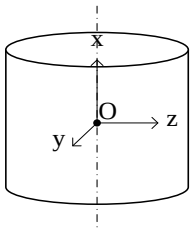
特征的几何类型决定特征面有意义的偏差变动自由度，在无意义的方向上的偏差不会影响偏差分析。对于平面，变动方式体现为平面中心的法向浮动以及平面的倾斜；对于圆柱面，变动方式体现为圆柱轴线在径向上的平移和以及轴线倾斜。由各类特征的旋量表达可见每种特征能够在装配中造成影响的变动自由度不同，有些自由度的变动对装配和功能无影响，用“-”标注。具体来说，平面特征旋量参数中u, β, γ分量表达平面的法向平移偏差和倾斜偏差，而v, w, α分量用“-”标注，因为平面特征的切向平移以及绕 x 轴旋转并不影响其几何轮廓；圆柱特征旋量参数中v, w, β, γ分量表达圆柱轴线在径向上的平移和以及轴线倾斜，而u, α分量用“-”标注，因为圆柱特征的沿轴平移和绕轴旋转并不影响其几何轮廓。平

中国知网 https://www.cnki.net

面和圆柱特征的旋量变动自由度见表 2-2。实际上，此类无影响的变动自由度不但不会产生偏差分量，还能够一定程度上容纳偏差。在装配路径中，考虑装配顺序的情况下，这种容纳偏差导致多刚体偏差传递过程中的偏差湮没，能够减少零件制造偏差对目标功能产生的影响。

表 2-2 平面和圆柱特征的旋量变动自由度

Table 2-2 Degrees of freedom for planar and cylindrical features

特征	坐标系	旋量
平面		$\begin{bmatrix} u & - \\ - & \beta \\ - & \gamma \end{bmatrix}$
圆柱		$\begin{bmatrix} - & - \\ v & \beta \\ w & \gamma \end{bmatrix}$

2.2.3 组合公差下的公差域约束表征

大型多级行星齿轮具有复杂的尺寸与形位公差标注用以限制零件尺寸与形状的制造偏差。公差域是公差约束检验合格的空间区域，从几何上表征了公差检验工艺。公差检验的约束排除了超差的零件，直接影响零件实际制造偏差的大小，所以偏差分析的装配偏差建模必须考虑实际公差检验工艺才能准确仿真出随机的制造偏差以供后续装配仿真和装配偏差预测计算。齿轮系统公差标注中存在单个几何特征上标注多个公差的组合公差情况，例如某平面标注了其相对于另一平行基准平面的距离尺寸，又标注了相对该基准平面的平面度；又例如某圆柱面标注了其相对于另一基准圆柱的位置度，又标注了其相对于该基准的平行度。组合公差的标注表示该特征的制造偏差受多道公差检验工艺约束，根据实际需要，这些检验工艺之间相互影响，最终确定一个合理的几何特征公差域。公差检验间相互影响的公差原则包括独立原则和相关原则，相关原则又分为包容要求、最大实体要求和最小实体要求。复杂的组合公差检验工艺给组合公差的数学建模带来困难，需要深入研究公差检验的几何内涵和公差域约束的相互耦合。

根据 GPS 和 ASME Y14.5 公差标准，单个公差的公差域具有统一的数学定义。特征上所有点波动的最大范围受公差检验项约束，波动点的容许空间称公差

中国知网 https://www.cnki.net

域。任意曲面的公差域如图 2-7 所示，S_0 为理论位置的特征面，S_1 为实际位置的特征面，S_1 位于平行于 S_0 公差域上下边界间的公差域中。

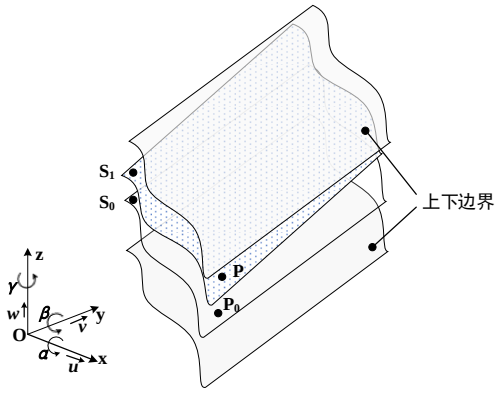


图 2-7 任意曲面的公差域
Fig. 2-7 Tolerance zone of a random surface

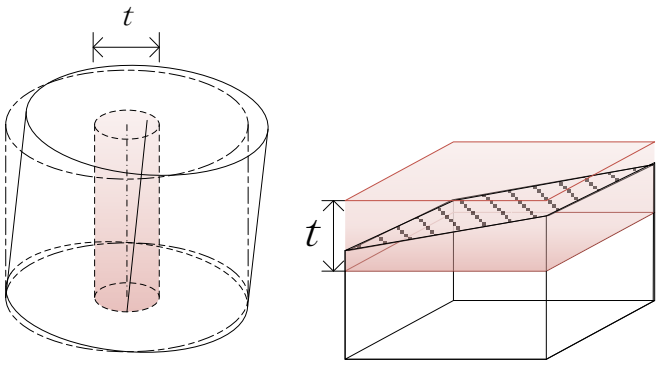
结合平面和圆柱面的特征坐标系的 SDT 小位移旋量制造偏差表征，可以用含旋量参数的不等式表征公差域。平面和圆柱公差域如图 2-8 所示，平面特征可以在长方体中变动，圆柱轴线特征可以在一个圆柱体中变动，各自的不等式约束如下式：

$$\begin{aligned} &-(1-c)t \le \pm\frac{a\gamma}{2} \pm \frac{b\beta}{2} + u \le ct, \quad \text{平面} \\ &\sqrt{\left(\pm\frac{l\gamma}{2}+v\right)^2+\left(\pm\frac{l\beta}{2}+w\right)^2} \le \frac{t}{2}, \quad \text{圆柱} \end{aligned} \tag{2-5}$$

其中 t 是公差值，c 表达了平面公差域在理论面附近的上下边界位置 $0 \le c \le 1$，a,b 是平面在 y,z 坐标方向的宽度，l 是圆柱轴向长度。各参数在公差域内的最大分布范围如下式，平面特征的 4 个自由度受公差域限制，圆柱特征的 3 个自由度受公差域限制：

$$\begin{cases} -(1-c)t \le u \le ct \\ -\dfrac{t}{b} \le \beta \le \dfrac{t}{b} \\ -\dfrac{t}{a} \le \gamma \le \dfrac{t}{a} \end{cases} \text{平面} \qquad \begin{cases} -\dfrac{t}{2} \le v \le \dfrac{t}{2} \\ -\dfrac{t}{2} \le w \le \dfrac{t}{2} \\ -\dfrac{t}{l} \le \beta \le \dfrac{t}{l} \\ -\dfrac{t}{l} \le \gamma \le \dfrac{t}{l} \end{cases} \text{圆柱} \tag{2-6}$$

中国知网 https://www.cnki.net



(a) 圆柱公差域　　(b) 平面公差域

图 2-8 圆柱和平面特征公差域

Fig. 2-8 Tolerance zones for cylindrical and planar features

以上为公差域的简单定义，然而实际公差域具有更复杂多样的数学定义。公差域根据公差类型和其检验工艺分为固定公差域和浮动公差域。（1）固定公差域是平面尺寸公差以及平面及圆柱形位公差中的定位公差所对应的公差域，其特点是公差域相对公差基准固定。固定公差域为理论特征面向内和向外两方向法向推移形成的边界内部空间。此时理论特征面的空间位姿由公差测量基准确定，两边界的空间位姿由理论特征面和公差参数完全确定，所以只要公差基准的空间位姿确定，公差域的空间便完全固定。（2）浮动公差域是平面及圆柱形位公差中的定向公差所对应的公差域，其特点是公差域相对基准浮动。浮动公差域的具体位置被视作实际几何特征的中心位置附近。其上下边界的方向由基准确定，其上下边界的位置不固定。实际零件的定向公差检验中，合格的标准是几何特征在固定方向的波动最大范围小于设计值，相当于使用平行或垂直于基准的两个理想几何特征面去夹住实际几何特征面，作为公差域的边界，而此边界随实际几何特征浮动。浮动公差域没有固定的上下边界限制，而是根据基准面方向形成浮动的区域，相对于固定公差域失去了浮动方向的变动约束功能。图 2-9 展示了平面和圆柱特征的固定公差域和浮动公差域的几何图形，图中浮动给出浮动公差域的两个可能的位置。

中国知网 https://www.cnki.net

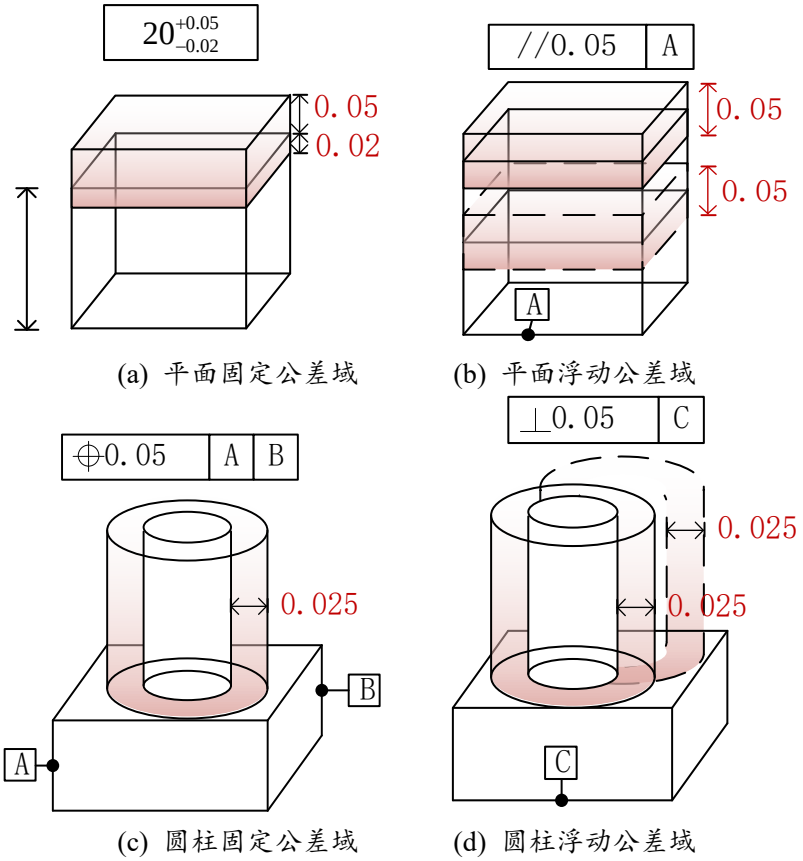


图 2-9 固定公差域和浮动公差域

Fig. 2-9 Fixed and floating tolerance zones

要获得浮动公差域的旋量分量约束不等式和最大分量范围，只需要将式(2-5)和式(2-6)中浮动方向的自由度参数排除在外，对于平面为u，对于圆柱为v,w：

$$\begin{aligned} &-\frac{t}{2}\le\pm\frac{a\gamma}{2}\pm\frac{b\beta}{2}\le\frac{t}{2}, \quad \text{平面} \\ &\sqrt{\left(\frac{l\gamma}{2}\right)^2+\left(\frac{l\beta}{2}\right)^2}\le\frac{t}{2}, \quad \text{圆柱} \end{aligned} \tag{2-7}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{t}{b}\le\beta\le\dfrac{t}{b} \\ -\dfrac{t}{a}\le\gamma\le\dfrac{t}{a} \end{cases}, \quad \text{平面} \qquad \begin{cases} -\dfrac{t}{l}\le\beta\le\dfrac{t}{l} \\ -\dfrac{t}{l}\le\gamma\le\dfrac{t}{l} \end{cases}, \quad \text{圆柱} \tag{2-8}$$

其中t为公差参数，a,b是平面在y,z坐标方向的宽度，l是圆柱轴向长度。

大型多级行星齿轮系统的组合公差标注采用独立原则，即多个公差要求独立测量并分别满足。组合公差的标注形式为“定位公差+定向公差”。基于式(2-5)~(2-8)提出的公差域不等式约束表达模型，组合公差的定位公差和定向公差检验独立

中国知网 https://www.cnki.net

满足在数学上对应特征的旋量分量多个同时满足固定公差域和浮动公差域的不等式约束，即不等式约束集合求交：

$$\begin{cases} -(1-c)t_{fixed} \le \pm\dfrac{a\gamma}{2} \pm \dfrac{b\beta}{2} + u \le ct_{fixed} \\ -\dfrac{t_{floating}}{2} \le \pm\dfrac{a\gamma}{2} \pm \dfrac{b\beta}{2} \le \dfrac{t_{floating}}{2} \end{cases}, \quad \text{平面}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\left(\pm\dfrac{l\gamma}{2}+v\right)^2 + \left(\pm\dfrac{l\beta}{2}+w\right)^2} \le \dfrac{t_{fixed}}{2} \\ \sqrt{\left(\dfrac{l\gamma}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{l\beta}{2}\right)^2} \le \dfrac{t_{floating}}{2} \end{cases}, \quad \text{圆柱} \tag{2-9}$$

$$\begin{cases} -(1-c)t_{fixed} \le u \le ct_{fixed} \\ -\dfrac{t_{fixed}}{b} \le \beta \le \dfrac{t_{fixed}}{b} \\ -\dfrac{t_{fixed}}{a} \le \gamma \le \dfrac{t_{fixed}}{a} \\ -\dfrac{t_{floating}}{b} \le \beta \le \dfrac{t_{floating}}{b} \\ -\dfrac{t_{floating}}{a} \le \gamma \le \dfrac{t_{floating}}{a} \end{cases}, \quad \text{平面} \qquad \begin{cases} -\dfrac{t_{fixed}}{2} \le v \le \dfrac{t_{fixed}}{2} \\ -\dfrac{t_{fixed}}{2} \le w \le \dfrac{t_{fixed}}{2} \\ -\dfrac{t_{fixed}}{l} \le \beta \le \dfrac{t_{fixed}}{l} \\ -\dfrac{t_{fixed}}{l} \le \gamma \le \dfrac{t_{fixed}}{l} \\ -\dfrac{t_{floating}}{l} \le \beta \le \dfrac{t_{floating}}{l} \\ -\dfrac{t_{floating}}{l} \le \gamma \le \dfrac{t_{floating}}{l} \end{cases}, \quad \text{圆柱} \tag{2-10}$$

其中 t_{fixed} 为固定公差域公差参数，$t_{floating}$ 为浮动公差域公差参数，c 表达了平面固定公差域在理论面附近的上下边界位置 $0 \le c \le 1$，a,b 是平面在 y,z 坐标方向的宽度，l 是圆柱轴向长度。

基于偏差表征的旋量模型，以下具体对行星齿轮传动系统偏差分析所需的几种公差域进行分析建模，用以约束偏差旋量的取值范围：

（1）平面尺寸公差域旋量模型

平面尺寸公差域是标注于两平行平面特征间的尺寸上下限形成的固定公差域，表示为两个平行于基准平面（垂直特征坐标系 x 轴）并距离基准平面 $L+t_{SU}$ 和 $L+t_{SL}(t_{SL}<t_{SU})$ 的平面之间的长方体空间区域，如图 2-10 所示。若平面特征产生变动 u,α,β，则平面上任意一点的 x 方向位移为

中国知网 https://www.cnki.net

$$x = u + \beta z + \gamma y \tag{2-11}$$

公差域限制所有特征上的点，故

$$t_{SL} \le x(y,z) \le t_{SU} \tag{2-12}$$

又因为 y、z 的取值区间是平面在 y、z 轴方向的长宽 a、b，故式(2-12)可以化为

$$t_{SL} \le u \pm \beta \cdot b/2 \pm \gamma \cdot a/2 \le t_{SU}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u + |\beta \cdot b/2| + |\gamma \cdot a/2| \le t_{SU} \\ u - |\beta \cdot b/2| - |\gamma \cdot a/2| \ge t_{SL} \end{cases} \tag{2-13}$$

如此便将特征偏差旋量 u, α, β 完全约束在公差域中。

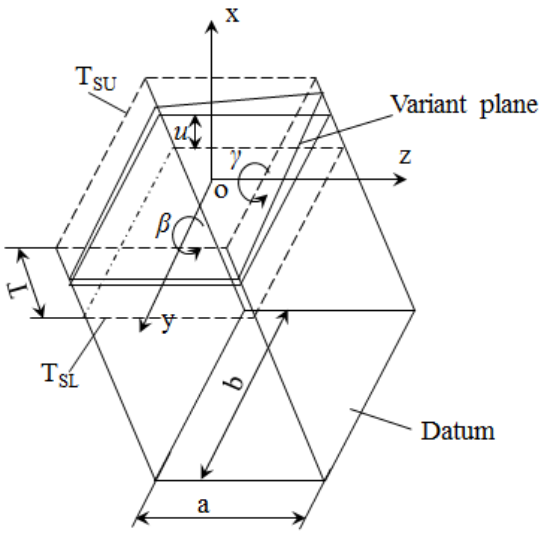


图 2-10 平面尺寸公差域

Fig. 2-10 Tolerance zone of planar dimension

（2）平面平行度、垂直度、轮廓度公差域旋量模型

平面平行度、垂直度、轮廓度公差域为浮动公差域。如图 2-11 所示，此类公差域限制特征拟合要素在特征坐标系 x 方向最大范围 t_P 的长方体空间区域内，公差域上下面方向由公差基准确定。在测量中，作为公差基准的底面和底面拟合要素重合。由于不限制该公差域上下面到公差基准的距离，故不考虑拟合要素在 x 方向的变动。假设特征面 x 方向无变动，若平面特征产生了变动 α, β，则平面上任意一点的 x 方向位移为

$$x = \beta z + \gamma y \tag{2-14}$$

中国知网 https://www.cnki.net

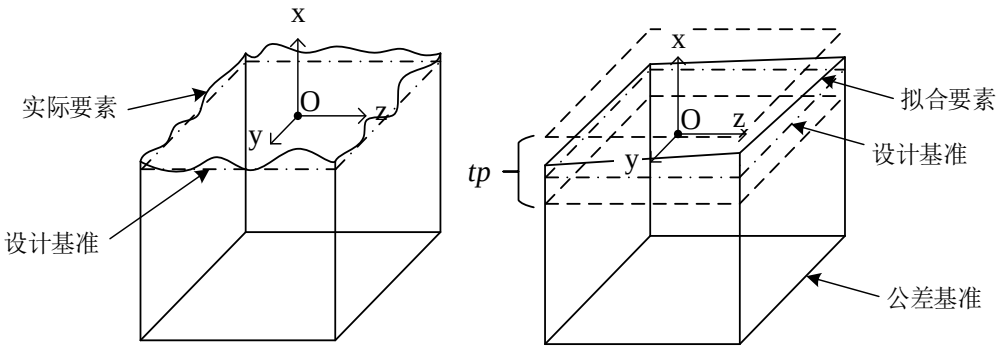


图 2-11 平面平行度公差域
Fig. 2-11 Tolerance zone of planar parallelism

因为此时特征面拟合要素关于设计基准中心对称，所以平行度公差带也关于设计基准中心对称。根据平行度公差限制，有

$$-t_P/2 \le x(y,z) \le t_P/2 \tag{2-15}$$

又因为 y、z 的取值区间是平面在 y、z 轴方向的长宽 a、b，故式(2-15)可以化为

$$\begin{aligned} &-t_P/2 \le \beta\cdot b/2 \pm \gamma\cdot a/2 \le t_P/2 \\ &\Leftrightarrow \left|\beta\cdot b/2\right| + \left|\gamma\cdot a/2\right| \le t_P/2 \end{aligned} \tag{2-16}$$

如此便将特征偏差旋量 α,β 完全约束在公差域中。垂直度、轮廓度的公差域定义同平行度。

（3）圆柱位置度、同轴度公差域旋量模型

圆柱特征与平面特征在公差方面的差异主要体现在测量方式上。圆柱直径尺寸的测量以自身为基准，位置度的测量方式主要是在三坐标测量仪上根据对应基准拟合计算，同轴度的测量方式主要是以基准圆柱面为夹持支撑，测量圆柱表面的波动。圆柱面公差中，固定公差域有位置度、同轴度，浮动公差域有平行度、垂直度、全跳动等。位置度公差标注主要是通过圆柱面到基准面的距离定义。如图 2-12 所示，根据位置度标注，圆柱面轴线到两侧面的距离需满足 $(\Delta a)^2+(\Delta b)^2 \le (t_O/2)^2$。引入轴线的两个转动自由度加以考虑，轴线整体位于直径 t_O 的圆柱区域内。若圆柱面特征产生变动 v,w,β,γ，则轴线上任意一点的 x 距设计基准轴线的距离为：

$$d = \sqrt{(v+\gamma x)^2+(w+\beta x)^2} \tag{2-17}$$

根据位置度公差约束

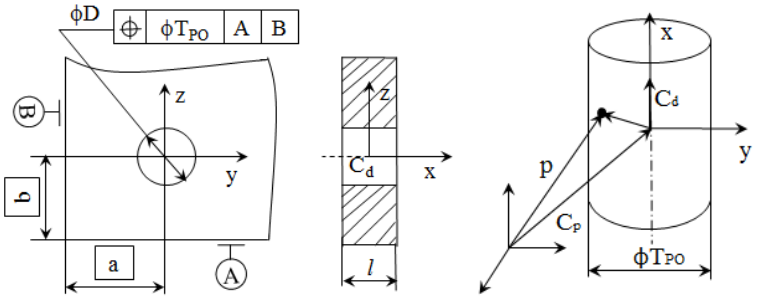
$$d^2 = (v+\gamma\cdot x)^2+(w+\beta\cdot x)^2 \le (t_O/2)^2 \tag{2-18}$$

又因为 x 的取值范围为-l/2 至+l/2 的轴线长度内，故式(2-18)化为

中国知网 https://www.cnki.net

$$\begin{aligned}&(v\pm\gamma\cdot l/2)^2+(w\pm\beta\cdot l/2)^2\le(t_O/2)^2\\&\Leftrightarrow(|v|+|\gamma\cdot l/2|)^2+(|v|+|\beta\cdot l/2|)^2\le(t_O/2)^2\end{aligned}\tag{2-19}$$

上式将变动完全约束在了公差域范围内。同轴度公差域同位置度公差域。



（a）公差标注　　（b）轴线公差域

图 2-12 圆柱位置度公差域

Fig. 2-12 Tolerance zone of cylindrical position

（4）圆柱平行度、垂直度、全跳动公差域旋量模型

圆柱的平行度、垂直度、全跳动等属于浮动公差域，表现为绕设计基准轴线的圆柱环，厚度为公差参数 t_p，直径随尺寸变化，如图 2-13 所示。由小位移假设，t_p 相对 l 微小，圆柱面变动不超出圆柱环区域。约束圆柱面变动的圆环公差域可以等效为约束轴线变动的圆柱公差域，直径 t_p。若圆柱面特征产生了变动 β,γ，则轴线上任意一点的 x 距设计基准轴线的距离为：

$$d=\sqrt{(\gamma x)^2+(\beta x)^2}\tag{2-20}$$

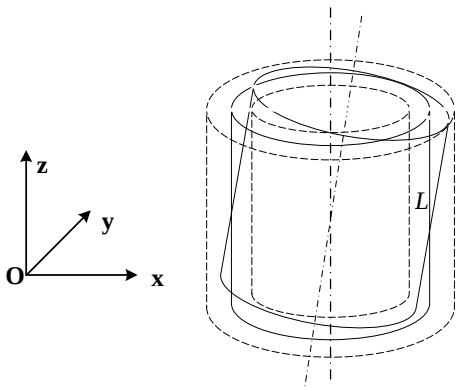


图 2-13 圆柱特征的平行度公差域

Fig. 2-13 Tolerance zone of cylindrical parallelism

根据平行度公差约束

$$d^2=(\gamma\cdot x)^2+(\beta\cdot x)^2\le(t_P/2)^2\tag{2-21}$$

中国知网 https://www.cnki.net

因为 x 的取值范围为-l/2 至+l/2 的轴线长度内，故式(2-21)化为

$$(\gamma \cdot l)^2 + (\beta \cdot l)^2 \le {t_P}^2 \tag{2-22}$$

上式完全约束了变动在平行度公差域范围内。垂直度、全跳动公差域同平行度。

（5）组合公差的公差域旋量模型

同一特征受到多个公差的约束统称为组合公差，例如某圆柱面同时受同轴度公差和跳动度公差的约束。在公差分析模型研究中，多个形位公差和尺寸公差耦合形成的组合公差表征一直是公差研究领域的难点。处理组合公差时，小位移旋量模型假设特征面为理想平面或圆柱面，只有位姿变动而没有形状波动，故形状公差不在旋量生成的考虑范围内。由于现在应用中的机床加工精度普遍较高，零件形状公差相对尺寸公差和位置公差来说较小，故舍去形状公差不会对装配精度分析产生明显影响。

组合公差处理时要区别固定公差带和浮动公差带。固定公差带由基准约束确定位置，浮动公差带与基准无关。根据 GB/T 产品几何技术规范（GPS）的独立原则，两者共同约束同一实际要素时，会依据拟合要素形状非线性组合，确定实际要素的变动范围，如图 2-14 和图 2-15 所示。由于固定公差带和浮动公差带的非线性组合关系，组合公差的旋量表征需求决定不能采用公差域上下限定义旋量生成范围，只能使用旋量约束方程。根据独立原则，组合公差下的特征旋量变动范围由相应类型的约束方程共同确定，旋量各分量同时满足所有约束方程。

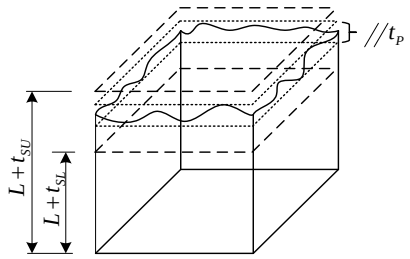


图 2-14 尺寸公差和平行度的组合公差下某平面特征的变动范围
Fig. 2-14 Tolerance zone of a planar feature with a combined tolerance

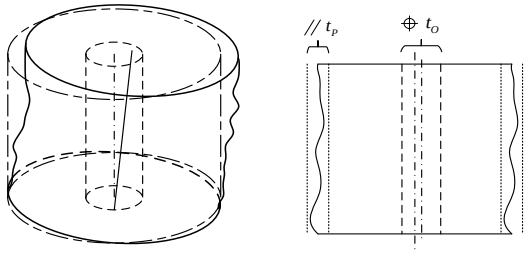


图 2-15 位置度和平行度的组合公差下某圆柱特征的变动范围
Fig. 2-15 Tolerance zone of a cylindrical feature with a combined tolerance

中国知网 https://www.cnki.net

（6）间隙偏差的旋量模型

两平面间距的尺寸公差直接确定到偏差旋量约束方程，但是圆柱面的直径尺寸公差只对间隙大小有影响，对偏差旋量生成无直接影响。平面配合副由于重力或紧固力的作用，其两拟合要素间紧密贴合，特征位姿重合。但是圆柱面配合时，由于轴孔尺寸存在偏差，间隙不可避免，此时轴和孔两特征位姿间有一个偏差旋量，类似于内部副形位公差的偏差旋量，称为间隙偏差旋量。

图 2-16 所示为两圆柱特征形成的间隙配合。由于单个圆柱特征的偏差位姿旋量考虑了其达到最大实体时的情况，因此，二者形成的间隙大小等于孔的最小实体尺寸减去轴的最小实体尺寸，即 $C = D + t_2 - d - t_1$。可以看出，若固定孔的位置，则轴的中心轴线变动范围是孔中心轴线附近直径为 C 的圆柱，变动域形状和位置度定义相同。

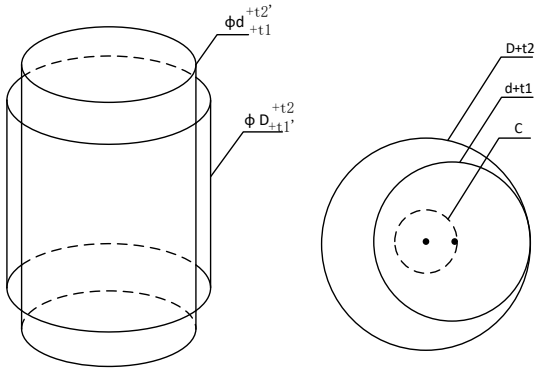


图 2-16 圆柱间隙公差域

Fig. 2-16 Tolerance zone of cylindrical clearance

圆柱间隙偏差的变动域旋量约束方程和圆柱位置度相同，公差参数取轴孔尺寸公差的最大差值，如下式所示：

$$T_{gap} = TSU_{hole} - TSL_{shaft} \tag{2-23}$$

各偏差旋量分量的取值范围为

$$\begin{gathered} -T_{gap}/2 \le v \le T_{gap}/2 \\ -T_{gap}/2 \le w \le T_{gap}/2 \\ -T_{gap}/2l \le \beta \le T_{gap}/2l \\ -T_{gap}/2l \le \gamma \le T_{gap}/2l \\ (|v| + |\gamma \cdot l/2|)^2 + (|v| + |\beta \cdot l/2|)^2 \le (T_{gap}/2)^2 \end{gathered} \tag{2-24}$$

（7）形状公差

常见的形状公差包括平面度、直线度、圆柱度等，用于表征特征面的光滑程度，类似的形状公差还有粗糙度。需要注意的是，旋量模型能够表征拟合要素，

中国知网 https://www.cnki.net

但无法表征实际要素的形状公差以及粗糙度。此类实际要素的小范围波动适合采用肤面模型对装配接触偏差进行表征。根据公差设计的包容原则，装配体偏差主要由尺寸公差和位置公差决定，忽略环节路径的形状公差和粗糙度并不会对目标特征的偏差计算产生明显影响。

2.3 基于蒙特卡罗法的齿轮系统制造偏差随机模拟

蒙特卡罗方法是一种适用于复杂非线性公差分析的统计分析方法，本文采用蒙特卡罗方法在公差域中随机取样 SDT，用以模拟随机的制造偏差。蒙特卡罗随机偏差生成流程如图 2-17 所示。在实际公差的蒙特卡罗统计仿真中，需要先根据基准特征和名义坐标变换确定公差域，然后以参数最大分布范围作为正态分布 6σ 范围随机生成一组独立正态分布的六自由度分量，并用公差域不等式检验，合格则采用，不合格则重新随机生成旋量的六个分量，直至获取 n 个制造偏差 SDT。由于制造过程中制造偏差的影响因素多，可以认为含偏差表面的任意几何参数都符合正态分布，所以在 SDT 模型中 $u,v,w,\alpha,\beta,\gamma$ 六分量都符合正态分布。结合制造质量控制的 6σ 原理，随机生成六个 SDT 分量时以其各自的公差域约束的极限范围为其各自正态分布的 6σ 区间，置信度为 99.73%。一级行星齿轮传动系统公差分析涉及到的各类公差旋量约束方程如表 2-3，由本章 2.2 小节内容汇总。

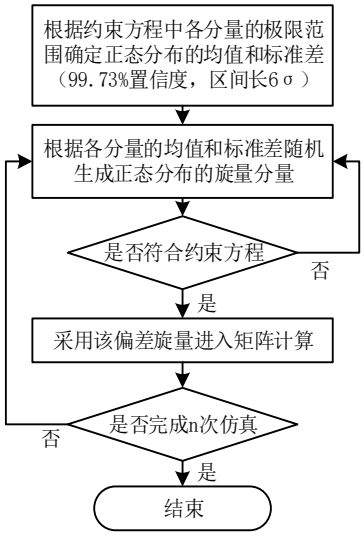


图 2-17 随机偏差生成的蒙特卡罗方法
Fig. 2-17 Monte-Carlo process of random deviation generation

中国知网 https://www.cnki.net

表 2-3 各类公差旋量约束方程

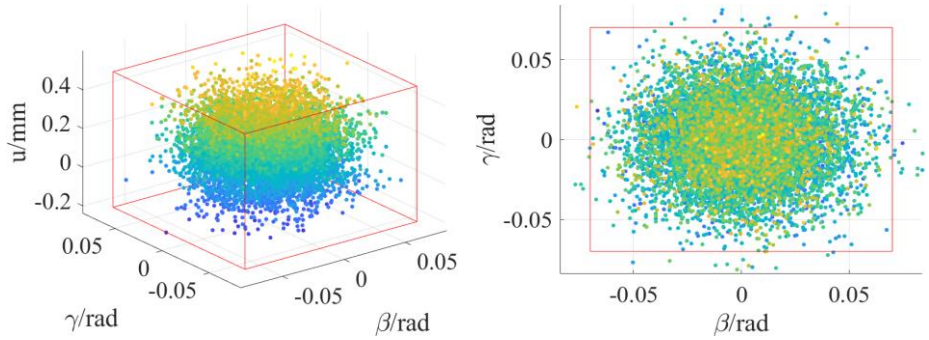
Table 2-3 Various types of tolerance spin volume constraint equations

拟合要素类型	公差类型	公差参数	旋量约束方程
平面	尺寸（平面间距）	$[t_{SL}, t_{SU}]$	$-(t_{SU}-t_{SL})/b \le \beta \le (t_{SU}-t_{SL})/b$ $-(t_{SU}-t_{SL})/a \le \gamma \le (t_{SU}-t_{SL})/a$ $t_{SL} \le u \le t_{SU}$ $u+\lvert\beta\cdot b/2\rvert+\lvert\gamma\cdot a/2\rvert \le t_{SU}$ $u-\lvert\beta\cdot b/2\rvert-\lvert\gamma\cdot a/2\rvert \ge t_{SL}$
	平行度、跳动度、垂直度	t_P	$-t_P/b \le \beta \le t_P/b$ $-t_P/a \le \gamma \le t_P/a$ $\lvert\beta\cdot b/2\rvert+\lvert\gamma\cdot a/2\rvert \le t_P/2$
圆柱面	位置度、同轴度、轴孔间隙	t_O	$-t_O/2 \le v \le t_O/2$ $-t_O/2 \le w \le t_O/2$ $-t_O/2l \le \beta \le t_O/2l$ $-t_O/2l \le \gamma \le t_O/2l$ $(\lvert v\rvert+\lvert\gamma\cdot l/2\rvert)^2+(\lvert v\rvert+\lvert\beta\cdot l/2\rvert)^2 \le (t_O/2)^2$
	平行度、垂直度、跳动	t_P	$-t_P/2l \le \beta \le t_P/2l$ $-t_P/2l \le \gamma \le t_P/2l$ $(\gamma\cdot l)^2+(\beta\cdot l)^2 \le {t_P}^2$

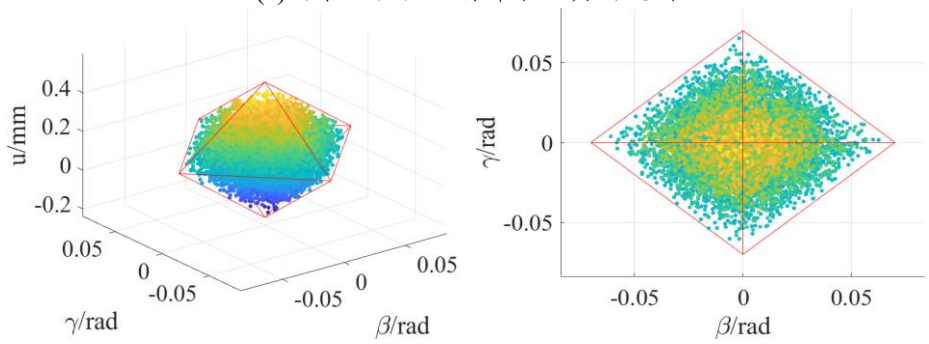
以尺寸公差下平面特征的蒙特卡洛偏差仿真为例，结合图示进一波说明该制造偏差仿真方法的步骤和原理。图 2-18 为某平面公差的 SDT 蒙特卡罗样本散点图，三坐标轴 *x,y,z* 对应平面特征 SDT 的 β,γ,u 分量，图中(a)为约束方程检验前的偏差样本，(b)为约束方程检验后的偏差样本。约束方程检验前单个旋量参数生成的极限范围选取为该参数的正态分布 6σ 置信度区间。约束方程检验后，不等式约束范围以外的样本被舍去并重新生成等量样本，重复取样直至样本都符合约束方程检验。平面尺寸公差的不等式约束范围空间中呈八面体，体现出公差域约束中各分量间相互影响规律。正态分布随机取样时部分样本超出了 6σ 框定的空间，因为基于 6σ 原理按照公差设计要求指定生产精度只需保证 99.73%合格。后续约束方程检验后所有偏差样本均保持在公差域范围内，因为实际公差检验工艺排除了所有不合格零件。该仿真流程完全符合实际生产，故认为该仿真方式仿真

中国知网 https://www.cnki.net

得到的偏差样本分布符合实际批量生产中该几何特征的制造偏差实际分布。



(a)约束方程检验前样本及其俯视图

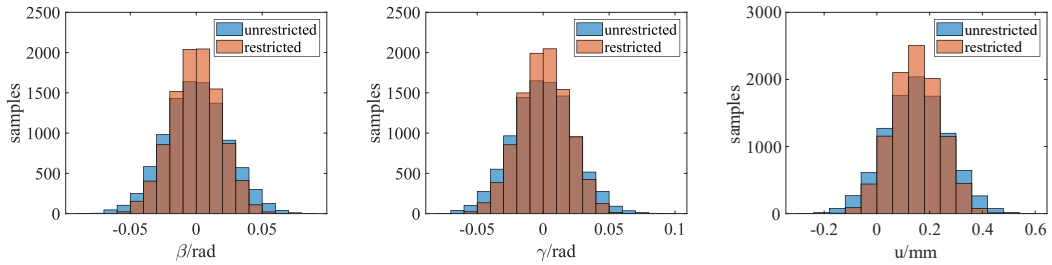


(b)约束方程检验后样本及其俯视图

图 2-18 约束方程检验前后平面公差的 SDT 蒙特卡罗样本（样本数 10000）

Fig. 2-18 SDT Monte Carlo samplings for planar tolerance before and after restriction

将约束方程检验前后的 SDT 样本的 β,γ,u 分量作图 2-19 所示柱状分布图。分析该图可以发现，平面公差 SDT 经过约束方程检验筛选后，各分量的分布近似呈一标准差更小的正态分布。β 的标准差约束前 0.0231，约束后 0.0183；γ 的标准差约束前 0.0234，约束后 0.0185；u 的标准差约束前 0.1175，约束后 0.0916。综合来说约束后各分量的标准差变为原来的 78.76%，由此可见约束方程检验明显收束了 SDT 分量的统计分布。



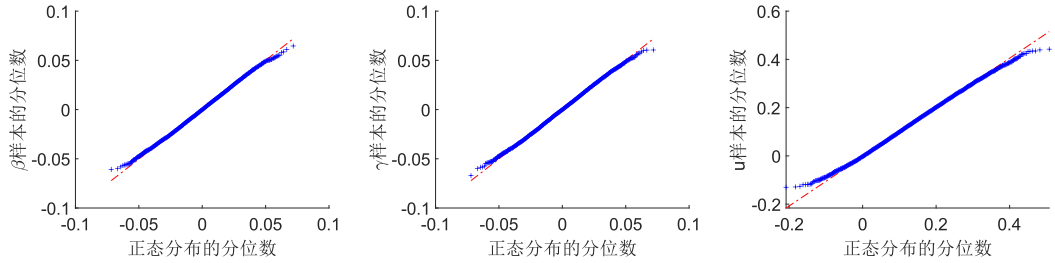
(a) β 分量　(b) γ 分量　(c) u 分量

2-19 约束方程检验前后平面公差的 SDT 蒙特卡罗样本参数分布（样本数 10000）

Fig. 2-19 SDT Monte Carlo samplings for planar tolerance before and after restriction

中国知网 https://www.cnki.net

进一步分析经过约束方程检验后的该平面特征 SDT 分量的统计分布。将约束后的 β,γ,u 分量样本拟合正态分布，并使用图 2-20 所示分位数-分位数（QQ）图比较样本与正态分布的相似程度。观察该图发现，样本分位数在接近均值的中间段与正态分布符合良好，但是在远离均值的两端与正态分布并不符合，特别是 u 分量的分位数与正态分布最不符合。该结果说明基于约束检验的蒙特卡罗方法所得到的 SDT 分量并非完全符合正态分布，不符合独立正态分布的线性组合运算条件。制造偏差仿真过程是高度非线性过程，偏差分析必须考虑到这种非线性因素，无法简单认为 SDT 分量为正态分布。本文采用蒙特卡罗方法的重要理由是其方便处理这类非线性的过程。



(a) β 分量　　(b) γ 分量　　(c) u 分量

图 2-20 约束后 SDT 分量与正态分布的分位数-分位数（QQ）图

Fig. 2-20 SDT Monte Carlo samplings for planar tolerance before and after restriction

2.4 组合公差的相互耦合对制造偏差 SDT 仿真的影响

组合公差约束的最大特点是定位公差域和定向公差域的相互耦合，即定位公差域的空间位置影响定向公差域的空间位置，且定向公差的约束使得定位公差域的空间体积收缩。根据前文 2.2 小节的组合公差域建模和 2.3 小节的蒙特卡罗方法，组合公差的随机偏差生成与一般公差的区别在于其约束方程检验阶段同时受多公差域的多组不等式约束，其不等式约束组中同时含有定位公差域和定向公差域的约束不等式。该耦合进一步复杂化制造偏差 SDT 的仿真生成，并使得到的 SDT 分量分布更难被数学表达。

以平面特征的尺寸公差和平行度公差的组合公差为例，研究两公差域耦合对 SDT 分量样本分布的影响。由于平面特征 SDT 在偏差随机生成时只需考虑 β,γ,u 分量，故可以将该三分量体现于空间 x,y,z 坐标轴，对 n 次蒙特卡罗仿真得到的样本作图 2-21 所示三维散点图。该图中(a)为仅考虑尺寸公差的样本分布，样本经过约束方程检验后保持在八面体约束方程内：

中国知网 https://www.cnki.net

$$\begin{cases} u+|\beta\cdot b/2|+|\gamma\cdot a/2|\le t_{SU} \\ u-|\beta\cdot b/2|-|\gamma\cdot a/2|\ge t_{SL} \end{cases} \tag{2-25}$$

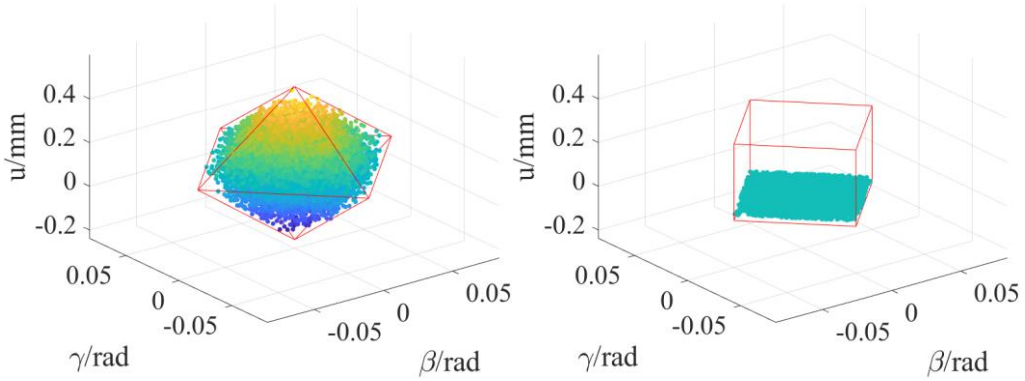
(b)为仅考虑平行度公差的样本分布，因为平行度公差不约束u自由度，故样本在该分量上取零，分布结果的边界为一菱形区域：

$$|\beta\cdot b/2|+|\gamma\cdot a/2|\le t_P/2 \tag{2-26}$$

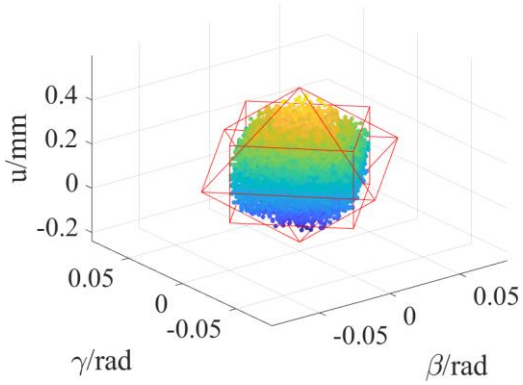
(c)为组合公差样本分布，其同时受尺寸公差域和平行度公差域约束，样本分布边界为原八面体区域再被菱形棱柱区域分割：

$$\begin{cases} u+|\beta\cdot b/2|+|\gamma\cdot a/2|\le t_{SU} \\ u-|\beta\cdot b/2|-|\gamma\cdot a/2|\ge t_{SL} \\ |\beta\cdot b/2|+|\gamma\cdot a/2|\le t_P/2 \end{cases} \tag{2-27}$$

从分布结果图来看，尺寸公差和平行度公差组合形成了新的约束边界并筛除了边界外的部分样本，这意味着实际生产检验中部分已经通过定位公差检验的零件在定向公差检验中不合格并被剔除。



(a)尺寸(+0.05-0.02)　　(b)平行度(0.05)



(c) 尺寸(+0.05-0.02)+平行度(0.05)

图 2-21 组合公差的 SDT 蒙特卡罗样本（样本数 10000）

Fig. 2-21 SDT Monte Carlo samplings for planar combined tolerance before and after restriction

中国知网 https://www.cnki.net

如图 2-22，将三种公差标注情况的 β,γ,u 分量分布作分布图。观察该图发现组合公差的 β,γ 分量分布标准差介于单独考虑尺寸和单独考虑平行度之间。

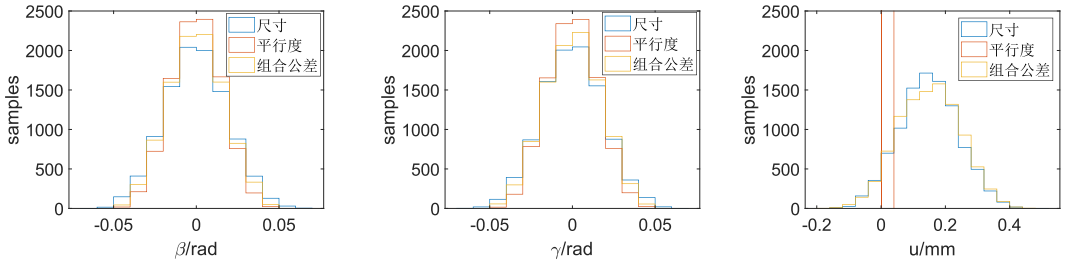


图 2-22 平面组合公差的 SDT 蒙特卡罗样本参数分布（样本数 10000）

Fig. 2-22 SDT Monte Carlo samplings for planar tolerance for planar combined tolerance

2.5 本章小结

本章针对大型多级行星齿轮系统的装配偏差建模需求，根据齿轮系统零件检验项确定了偏差分析中需要建模表征的零件制造偏差，包括圆柱和平面特征的尺寸、形状公差、位置公差、粗糙度等；基于 SDT 模型建立的圆柱特征和平面特征的六自由度变动制造偏差表征模型，能够准确表达装配中零件制造偏差的影响；提出多不等式约束定义，实现了圆柱和平面特征的尺寸公差和位置公差的公差域完整数学表征，解决组合公差的公差域表征问题；应用蒙特卡罗统计仿真方法，假设零件六自由度偏差在公差域内正态分布，实现了随机制造偏差的模拟；揭示了组合公差检验约束下的偏差 SDT 分量分布规律，各分量为近似正态分布。本章工作解决了现有 SDT 模型能表征的制造偏差种类不足、组合公差表征困难的问题，实现了齿轮系统偏差分析所需的所有制造偏差的统一表征，为偏差传递计算和偏差分析提供了输入数据基础。

中国知网 https://www.cnki.net

中国知网 https://www.cnki.net

第三章 大型多级行星齿轮系统串并联装配偏差传递建模

大型多级行星齿轮传动系统的装配体整体偏差决定其性能。大型多级行星齿轮系统装配关系复杂，同时存在两零件间多个几何特征接触定位的局部并联装配关系，以及三个及以上零件相互接触的广义并联装配关系，使得装配偏差的预测非常困难。现有偏差分析方法并未实现所有并联装配关系的数学建模，仅能简化装配关系使局部并联关系转变为串联关系，建模适用范围小，计算精度不能满足齿轮系统对象的高精度分析需求。

针对大型多级行星齿轮系统复杂串并联装配关系偏差传递建模需求，本章分类分析了研究对象的装配接触关系，指出齿轮系统偏差分析可行条件；提出装配步和主次接触副定义，实现齿轮系统广义并联装配关系的表征；建立考虑顺序接触的齿轮系统串并联装配偏差传递模型，分解复杂并联关系为时序装配步骤，实现串并联装配关系的偏差传递精确计算；对简单齿轮系统实例进行偏差传递计算并对比分析所提方法和现有方法的计算结果以及公差敏感度，通过 CAD 模拟装配验证了所提算法的准确度。

3.1 大型多级行星齿轮系统零组件串并联装配关系

装配偏差估计需要实现制造偏差传递累积的计算，而该计算依赖于装配关系的表征建模。齿轮系统装配过程复杂，装配偏差传递建模前需要研究其装配接触关系是否有效传递制造偏差，然后对于有效传递偏差的装配接触关系则需要进一步研究其如何传递制造偏差。这里给出偏差分析可行的装配接触关系类型，并指出串并联装配关系的形成过程。

3.1.1 齿轮系统装配接触关系与偏差分析可行性

大型多级行星齿轮系统装配体中零件靠相互接触实现定位，形成装配接触关系。齿轮系统整体装配示意图如图 3-1 所示。该齿轮系统涉及的所有装配接触关系类型有固结接触、轴孔间隙接触、齿轮啮合接触和花键接触四类。四类装配接触如图 3-2 所示，接触面用红色标注，(a)为输入轴和齿套法兰面接触，有螺栓紧固所以是固结接触；(b)为轴孔间隙接触，行星轮和行星轴间以及行星轴和行星架

中国知网 https://www.cnki.net

间都是轴孔间隙接触；(c)为齿轮啮合接触，为齿轮表面的高副接触；(d)为花键接触，内齿圈和组合齿圈间以及组合齿圈和浮动齿圈间都是花键接触，用以传递周向载荷。

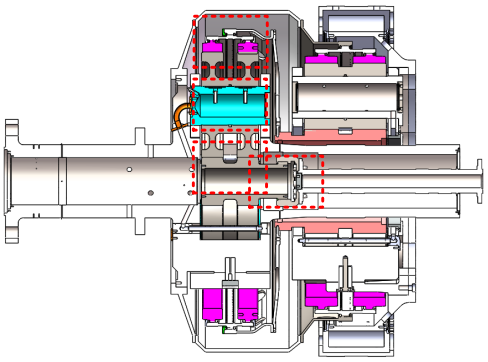


图 3-1 大型多级行星齿轮系统装配示意图

Fig. 3-1 Assembly diagram of large multi-stage planetary gear system

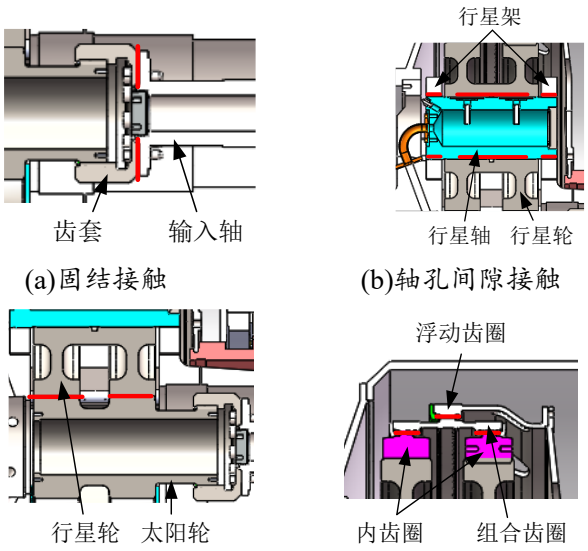


图 3-2 四类装配接触关系

Fig. 3-2 The four types of assembly contacts

受零件间装配接触方式的影响，有的装配接触不能够进行偏差传递，建模前需要分析各类接触关系是否在偏差分析中有意义，即其偏差分析可行性。如表 3-1 所示，固结接触的两零件不能相对运动，但是轴孔、啮合、花键接触的两零件在某些自由度上可以相对运动。固结接触中零件接触面是紧密接触无间隙的，相

中国知网 https://www.cnki.net

互完全固定，限制了组件间的六自由度相对运动，在六自由度上传递制造偏差；轴孔间隙接触中两零件接触面可以在绕轴方向相对自由转动，并且可以在间隙允许范围中在其他自由度上相对浮动，如果轴承间隙较小，这种不确定的浮动对制造偏差传递的影响可控；齿轮啮合接触只限制转动自由度且含有齿隙，对两啮合轮齿各自由度相对运动没有限制，这种连接不能够实现零件间相互定位，偏差传递不可控，不适于偏差分析。花键连接，这种连接和啮合连接相似，主要定位转动自由度，能够容许轴向的相对运动，还能够通过轮齿变形来协调受力不均。其限位能力比啮合连接强，不考虑柔性变形的情况下可以视为轴孔间隙接触或固结接触。

表 3-1 齿轮系统装配接触关系的偏差分析可行性

Table 3-1 Feasibility of deviation analysis of contact types of gear system

装配接触关系	具体例	是否相对运动	偏差传递是否可控
固结接触	法兰螺栓连接、销固定和轴孔过盈配合	否	是
轴孔间隙接触	滑动轴承接触、行星架与行星轴轴孔配合	是	是
齿轮啮合接触	太阳轮行星轮啮合、行星轮齿圈啮合	是	否
花键接触	太阳轮齿套花键、组合齿圈花键	是	是

指定偏差分析的目标和计算偏差传递时，需要注意装配接触关系偏差传递是否可控，不能让偏差传递路径通过啮合齿轮副。如图 3-3 所示，在齿轮系统的功能性示意图中以齿轮啮合接触为分界，可将二级行星齿轮传动系统分为 3 个独立子装配体（虚线框），偏差分析只能单一独立子装配体中进行，其他子装配体的制造偏差对本子装配体的零件定位偏差无影响。“一级外齿圈—轮盘—二级太阳轮”子装配体整体通过“一级外齿圈—一级组合齿圈”、“二级太阳轮—二级行星轮”两个啮合连接，浮动于一级行星架和二级行星架上，这种情况下，子装配体成为浮动子装配体，装配体实际工作位姿和和同时和其他固定装配体的装配偏差以及受力接触有关，难以通过偏差分析确定。

二级行星架、输出轴的支承构件以及输入轴这三个组件分别与传动系统外的箱体、驱动输入等组件固连，系统以外装配体定位信息的影响，为了方便分析三维尺寸链，假设其均与固结于大地的“虚拟箱体”固结，并假设其相对于虚拟箱体有一定的安装定位偏差。如图 3-4 所示，添加虚拟箱体组件，与二级行星架、输

中国知网 https://www.cnki.net

出轴的支承构件以及输入轴固连，使得“一级太阳轮—一级行星轮”、“二级行星轮—二级齿圈”两啮合副可以处于同一独立子装配体（虚线框），满足了偏差分析装配偏差传递的可行性条件。

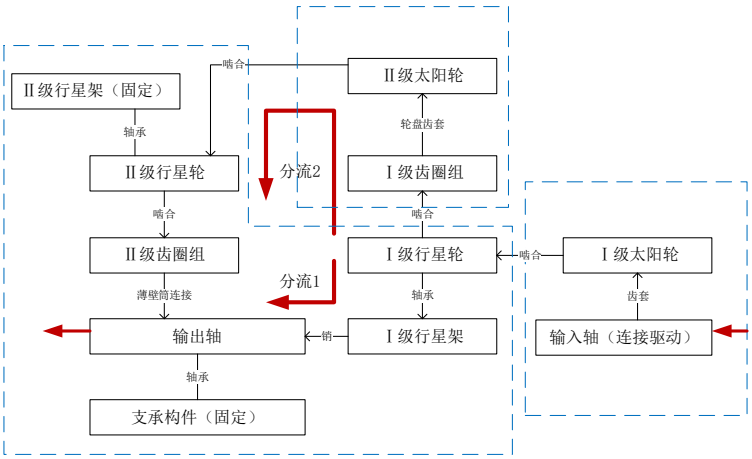


图 3-3 二级行星齿轮系统中的独立子装配体

Fig. 3-3 Independent subassemblies in a two-stage planetary gear system

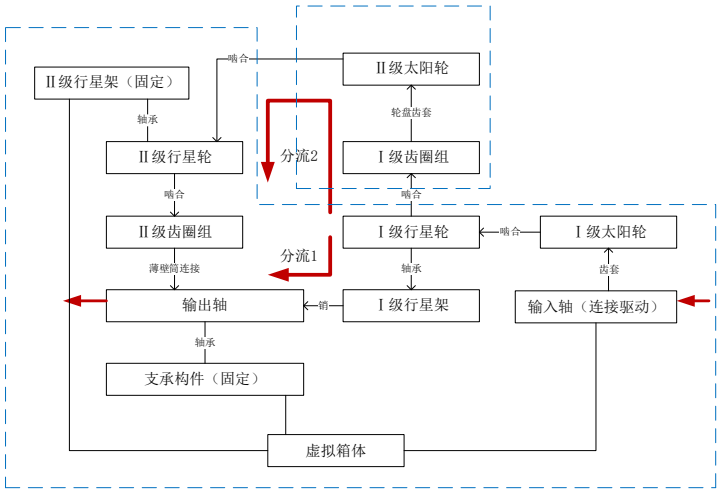


图 3-4 加入虚拟箱体定位固定组件后的独立子装配体

Fig. 3-4 Independent subassemblies after adding virtural feature of gearbox case

3.1.2 齿轮系统的串并联装配关系

齿轮系统中单零件受多个几何特征定位的并联装配关系非常常见，装配顺序对并联装配关系偏差传递具有重要的影响。图 3-5 所示为含并联装配关系齿轮子装配体，由轴、隔环、齿轮等主要零件组成，键和螺母仅提供紧固，对于装配过

中国知网 https://www.cnki.net

程中尺寸的影响很小，这里不考虑。图中 FE1 至 FE9 为圆柱面、平面等几何特征（Feature Elements，FE）。首先隔环被安装到轴上，然后齿轮被安装至轴和隔环形成的子装配体上。

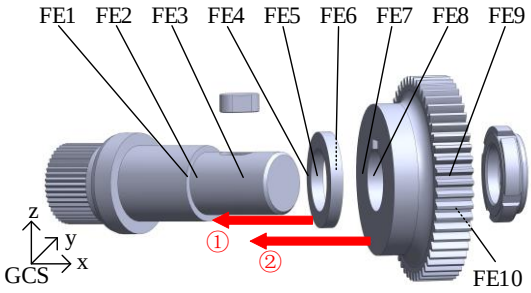


图 3-5 含并联装配关系齿轮子装配体结构

Fig. 3-5 The assembled gear structure with parallel assembling characteristics

齿轮子装配体的装配接触关系可以采用图 3-6 所示装配关系图进行表征，显然该网状装配关系为典型并联装配关系，三个零件间相互接触。在步骤①中轴和隔环接触的两对特征面仅涉及两零件，构成局部并联装配关系；在步骤②中齿轮和轴、隔环接触的两对特征面涉及三个零件，构成广义上的并联装配关系。

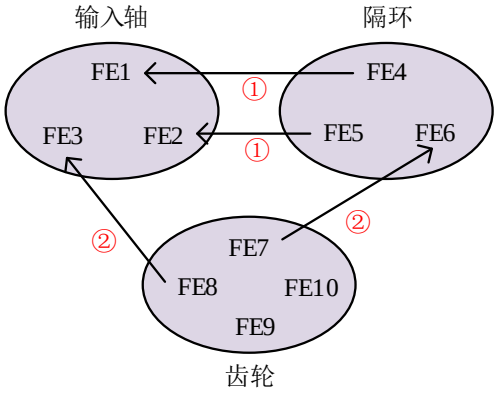


图 3-6 齿轮子装配体案例的装配关系图

Fig. 3-6 The equivalent relationship of assembled gear structure

3.2 齿轮系统串并联装配关系的装配步和主次接触副表征

并联装配关系在装配关系图中呈复杂网状，无法合理地从中提取串联尺寸链进行现有研究中累加式的串联偏差传递。本节针对实际零件逐步安装过程提出一

中国知网 https://www.cnki.net

种串并联装配关系的基于装配步和主次接触副的统一表征，后续的串并联偏差传递计算便基于这一表征进行。

3.2.1 装配顺序对齿轮系统并联装配偏差传递的影响

雅克比旋量模型可以通过局部并联合并计算步骤①的偏差传递，但对于步骤②必须简化保留 FE8→FE3、FE7→FE6 两接触关系中的一个，不然无法使三零件形成串行尺寸链。这种简化是不合理的，因为两接触特征副在齿轮零件的定位上都具有重要作用。FE8→FE3 轴孔装配定位了齿轮相对于轴的沿 y 平动、沿 z 平动、绕 y 旋转、绕 z 旋转等自由度。FE7→FE6 平面接触定位了齿轮相对于隔环沿 x 平动自由度。隔环作为先于齿轮安装的零件，其厚度尺寸公差和平面跳动形位公差对齿轮相对于轴的定位偏差产生了影响，若隔环偏厚或跳动度偏大，则齿轮相对轴定位更远。仅考虑 x 向一维尺寸链则无法将圆柱面形位公差纳入考虑，仅考虑轴孔定位则会忽略隔环的影响，需要综合考虑并联装配关系。因此，对该含并联装配关系的齿轮系统，在进行偏差分析装配仿真时，后装配齿轮的三维定位偏差大小会受先装配的隔环的三维相对定位影响。为了同时对并联装配关系的数个接触副进行偏差传递计算，不再局限于创建串行尺寸链，而是根据装配顺序来按步骤定位零件。

3.2.2 装配步和主次接触副定义

为了实现并联装配关系中各零件的三维位姿定位计算，需要将图 3-6 所示网状制造偏差传递关系转化为线性流程以形成偏差计算模型。当被安装的零件上某一特征面相对于固定零件的某一特征面实现六自由度位姿定位，则该零件上所有特征都完成了定位。若同时考虑一个装配步骤的多对接触特征副，为了形成串行等效装配关系流程并且不产生自由度过定位，必须确定多特征副的装配过程的先后顺序关系。例如零件定位的“3-2-1”原则中多基准被分为面接触的主基准、线接触的次基准和点接触的第三基准，该定位原则根据定位自由度确定基准的主次优先关系。

一个零组件相对另一零组件通过一对特征或多对特征接触完成定位的过程称一步装配步，例如图 3-6 中的步骤①和步骤②。每一步装配步只涉及两个部件（零件或子装配体），只能有一个部件被移动到另一个固定的部件上的合适位置并定位。步骤①中移动部件是隔环，固定零件是轴；步骤②中移动部件是齿轮，

中国知网 https://www.cnki.net

固定部件是隔环和轴形成的子装配体。这样规定的好处是能够模拟实际装配顺序，利于后续的零件定位计算。

对于具有多对接触副的装配步，根据特征副定位相对位姿自由度的多少，将多对接触特征副分为主接触副和次接触副。如图 3-7 所示的二维案例中非理想形状的方块相对 L 形底座定位时，线接触的底面确定了一平一转两自由度，为主接触副，而点接触的左面确定了一平动自由度，为次接触副。该案例理想状态下两接触副都为紧密接触，导致自由度过约束，故将实际上非紧密接触的接触副设置为次接触副，减少其定位的自由度，实现被定位零件的自由度约束协调。装配步中的多特征副接触情况是并联装配关系的成因。假设一个完整装配体的每一装配步中两部件只有一对特征副接触，则该装配体一定形成串联装配关系，所有零件间头尾相连。若装配步中含有多对接触副，则装配关系图中必然形成环路，形成并联装配关系。

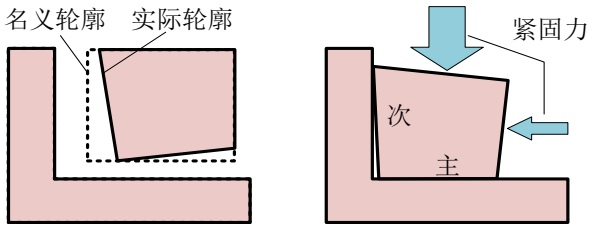


图 3-7 主次接触副定义

Fig. 3-7 The definition of primary and secondary contact pair

图 3-6 所示装配关系可以采用如表 3-2 所示装配步和主次接触副表达，为后续零件定位位姿计算作准备。步骤①隔环左平面 FE4 被压紧在轴肩 FE1 上，接触紧密，而短孔 FE5 与轴外圆 FE2 接触面积小且含有轴孔间隙，接触不紧密，故将 FE4→FE1 设为主接触副，FE5→FE2 设为次接触副。步骤②中的齿轮孔 FE8 和轴外圆 FE3 为长轴孔过渡配合，接触紧密，齿轮左平面 FE7 和隔环右平面 FE6 为小平面接触，接触不紧密，故将 FE8→FE3 设为主接触副，FE7→FE6 设为次接触副。

表 3-2 齿轮子装配体案例的装配步和主次接触副

Table 3-2 The assembly steps and the contact pairs of assembled gear structures

	主接触副	次接触副
步骤①	$FE4 \rightarrow FE1$	$FE5 \rightarrow FE2$
步骤②	$FE8 \rightarrow FE3$	$FE7 \rightarrow FE6$

中国知网 https://www.cnki.net

3.3 齿轮系统串并联装配关系的顺序装配偏差传递计算模型

基于装配步和主次接触副定义，建立考虑顺序接触的齿轮系统串并联装配偏差传递计算模型。偏差传递计算的目标是测量两目标特征间的相对位姿，例如啮合齿轮副两轮齿特征的相对位姿。根据公差关系和装配关系构建特征位姿变换关系，并保证位姿变换关系协调，便可以在相对位姿变换关系中搜索目标特征间的路径并通过连续坐标变换得到目标特征间的相对位姿。

3.3.1 基于坐标变换的偏差传递的位姿计算模型

含偏差的装配体各特征面的三维位姿由零件内部的位姿关系和零件间主接触副的位姿关系确定。图 3-8 为齿轮子装配体案例的特征位姿变换关系图，GCS 代表全局坐标系。在装配体每一个几何特征 FE 建立局部坐标系，则两特征 FE*i* 和 FE*j* 的位姿关系用齐次坐标变换阵 $\mathbf{P}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}$ 表达，这样任意两局部坐标系 FE1，FE*n* 间的位姿关系可以由矩阵相乘的方法获取：

$$\mathbf{P}_{\mathrm{FE}n}^{\mathrm{FE1}}=\mathbf{P}_{\mathrm{FE2}}^{\mathrm{FE1}}\mathbf{P}_{\mathrm{FE3}}^{\mathrm{FE2}}\cdots\mathbf{P}_{\mathrm{FE}n}^{\mathrm{FE}n\text{-}1} \tag{3-1}$$

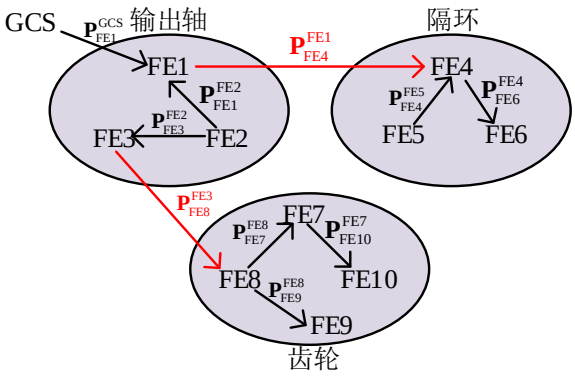


图 3-8 齿轮子装配体案例特征位姿变换关系

Fig. 3-8 The features' position-pose transformation relationship of the assembled gear structure

装配特征之间的位姿变换的齐次坐标变换阵 $\mathbf{P}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}$ 为一 4×4 矩阵：

$$\mathbf{P}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}=\begin{bmatrix}\mathbf{R}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i} & \mathbf{t}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}\\ 0\ 0\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{3-2}$$

其中 $\mathbf{R}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}$ 为 3×3 旋转矩阵，$\mathbf{t}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}$ 为 3×1 平移向量。一般齐次坐标变换可以分解为平动和转动的连续变换：

中国知网 https://www.cnki.net

$$\begin{aligned}&\mathbf{P}(u,v,w,\alpha,\beta,\gamma)\\&=\mathbf{R}(\gamma)\cdot\mathbf{R}(\beta)\cdot\mathbf{R}(\alpha)\cdot\mathbf{T}(w)\cdot\mathbf{T}(v)\cdot\mathbf{T}(u)\end{aligned}\tag{3-3}$$

其中，$\mathbf{T}$ 为标准齐次坐标平移阵，$\mathbf{R}$ 为标准齐次坐标旋转阵，以 $\mathbf{T}(u)$ 和 $\mathbf{R}(\alpha)$ 为例：

$$\mathbf{T}(u)=\begin{bmatrix}0&0&0&u\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\quad \mathbf{R}(\alpha)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&\cos\alpha&-\sin\alpha&0\\0&\sin\alpha&\cos\alpha&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\tag{3-4}$$

对比图 3-6 和图 3-8，按本文的装配步和主次接触副定义，每一装配步含有唯一移动组件，确定唯一主接触副变换阵（图 3-8 红色标记）。计算装配体任意两特征间的位姿关系时，只考虑零件内部变换阵和零件间主接触变换阵，不考虑零件间的次接触副变换阵。这样处理的好处是相对位姿关系必然是树状关系，任意两特征间只能搜索到一条相对位姿关系路径。

所有零件内部特征变换阵的计算可以根据名义坐标和制造偏差信息同时进行。主接触副变换阵的计算需要按照装配步的顺序，装配步序号在后的主接触副变换阵计算必须待所有序号在前的主接触副变换阵已知才能进行，因为后续装配步的移动组件的定位偏差受先前装配的子装配体偏差的影响。

3.3.2 零件内部特征变换阵计算模型

考虑制造偏差的情况下，单个零件内任意两 FE 间的坐标变换阵 $\mathbf{P}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}$ 是名义坐标变换阵 $\mathbf{M}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}$ 和制造偏差变换阵 $\mathbf{D}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}$ 的乘积，其中名义阵可以直接由几何模型导出，制造偏差阵需要由尺寸和偏差确定：

$$\mathbf{P}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}=\mathbf{M}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}\mathbf{D}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}\tag{3-5}$$

这里采取微分形式的齐次坐标变换阵表征零组件的制造偏差。每个涉及装配和偏差的零件几何特征都在其几何中心固结了一个局部坐标系。制造偏差坐标变换阵 $\mathbf{D}$ 是实际表面的坐标系相对理论表面的坐标系的变换阵，因为其值相对小，可以采用微分形式并略去高阶小量：

中国知网 https://www.cnki.net

$$\begin{aligned}\mathbf{D}(\mathrm{d}u,\mathrm{d}v,\mathrm{d}w,\mathrm{d}\alpha,\mathrm{d}\beta,\mathrm{d}\gamma)&=\mathbf{T}(\mathrm{d}w)\cdot\mathbf{T}(\mathrm{d}v)\cdot\mathbf{T}(\mathrm{d}u)\cdot\mathbf{R}(\mathrm{d}\gamma)\cdot\mathbf{R}(\mathrm{d}\beta)\cdot\mathbf{R}(\mathrm{d}\alpha)\\&\approx\begin{bmatrix}1&-\mathrm{d}\gamma&\mathrm{d}\beta&\mathrm{d}u\\\mathrm{d}\gamma&1&-\mathrm{d}\alpha&\mathrm{d}v\\-\mathrm{d}\beta&\mathrm{d}\alpha&1&\mathrm{d}w\\0&0&0&1\end{bmatrix}\end{aligned}\tag{3-6}$$

$$\mathbf{D}(u,v,w,\alpha,\beta,\gamma)\triangleq\begin{bmatrix}1&-\gamma&\beta&u\\\gamma&1&-\alpha&v\\-\beta&\alpha&1&w\\0&0&0&1\end{bmatrix}\tag{3-7}$$

其中u,v,w是沿局部坐标轴x,y,z的平动量，α,β,γ是绕局部坐标轴x,y,z的转动量，六个自由度参数相互独立。结合偏差约束的小位移旋量数学模型和蒙特卡罗统计方法，可实现偏差的矩阵表征。

3.3.3 零件间主接触副变换阵计算模型

靠单个特征副完成的装配步中，两接触的几何特征一定有紧密可靠的接触（例如胶接、焊接、过盈配合或其他强紧固），否则装配后零件可运动，其两特征面局部坐标的六自由度相对固定，其相对位姿变换阵为单位阵。多对接触副的装配步中，制造偏差除了通过零件尺寸直接影响装配体尺寸，还会导致零件间接触不紧密，间接影响零件定位计算。图 3-9 为含有制造偏差的齿轮子装配体实际装配接触情况。各个几何特征均相对理想位置产生了六自由度偏差。由于隔环轴向尺寸小，且受齿轮零件的轴向挤压，其左圆环面和轴肩紧密贴合，但内孔和轴并不紧密贴合。齿轮零件的内孔轴向尺寸长，与轴为过渡配合，视为紧密贴合，但左端面和隔环的接触相对轴孔接触来说较弱。紧密贴合的主接触副约束较多自由度，而非紧密贴合的次接触副约束较少自由度。

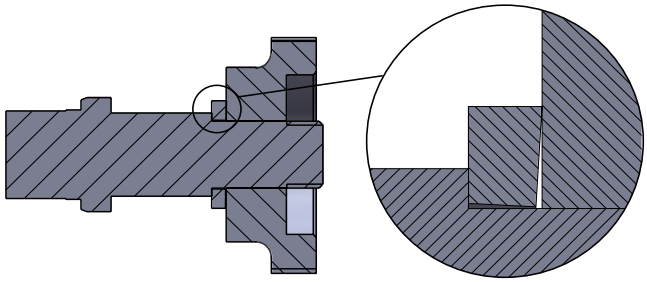


图 3-9 含偏差子装配体的接触定位关系

Fig. 3-9 Contact positioning relationship of subassemblies with deviations

中国知网 https://www.cnki.net

齿轮系统涉及的主次接触副根据其几何类型和约束的自由度可以分为表 3-3 所示两类。此处局部坐标的 x 方向取为平面法向或圆柱面轴向。轴对称部件的旋转自由度 α 在“轴孔+小平面”和“平面+短轴孔”中无法约束。

表 3-3 主次接触副类型及其约束自由度

Table 3-3 Primary and secondary contact pairs and their constrained degrees of freedom

	轴孔+小平面	平面+短轴孔
主接触副	轴孔	平面
	v, w, β, γ	u, β, γ
次接触副	小平面	短轴孔
	u	v, w

对于任意多接触副的装配步，若部件 2 安装于部件 1 上，主接触副记为 2p→1p，次接触副记为 2s→1s，则主接触副变换阵 $\mathbf{P}_{2\mathrm{p}}^{1\mathrm{p}}$ 可由零件内变换阵 $\mathbf{P}_{1\mathrm{p}}^{1\mathrm{s}}$、$\mathbf{P}_{2\mathrm{s}}^{2\mathrm{p}}$ 和次接触副变换阵 $\mathbf{P}_{2\mathrm{s}}^{1\mathrm{s}}$ 通过位姿定位协调条件计算：

$$\mathbf{P}_{1\mathrm{p}}^{1\mathrm{s}} \cdot \mathbf{P}_{2\mathrm{p}}^{1\mathrm{p}}\Big|_{\theta_1=\theta_2=\cdots=0} \cdot \mathbf{P}_{2\mathrm{s}}^{2\mathrm{p}} = \mathbf{P}_{2\mathrm{s}}^{1\mathrm{s}}\Big|_{\varphi_1=\varphi_2=\cdots=0} \tag{3-8}$$

其中，$\mathbf{P}_{2\mathrm{p}}^{1\mathrm{p}}, \mathbf{P}_{2\mathrm{s}}^{1\mathrm{s}}$ 相对很小，采用式(2-4)的微分形式齐次坐标变换阵的形式；θ_i 为主接触副约束的自由度；φ_i 为次接触副约束的自由度。上式中 $\mathbf{P}_{1\mathrm{p}}^{1\mathrm{s}}, \mathbf{P}_{2\mathrm{s}}^{2\mathrm{p}}$ 等零件内变换阵已知，$\mathbf{P}_{2\mathrm{p}}^{1\mathrm{p}}, \mathbf{P}_{2\mathrm{s}}^{1\mathrm{s}}$ 等零件间接触副变换阵未知。两接触特征的两局部坐标在受约束自由度上的位置方向相同，故 $\mathbf{P}_{2\mathrm{p}}^{1\mathrm{p}}, \mathbf{P}_{2\mathrm{s}}^{1\mathrm{s}}$ 的变换阵相应参数为 0。根据以上已知条件以及式(3-8)等号左右矩阵相等的条件，可以求出 $\mathbf{P}_{2\mathrm{p}}^{1\mathrm{p}}$ 中的非零自由度参数，完全确定主接触副变换阵。需要注意的是，建立接触副两特征的局部坐标系时让其名义上的位置和方向重合，使得其实际的坐标变换相对微小，可以采用制造偏差变换阵类似的微分形式。

若参与装配步的部件 1、2 为先前装配步形成的子装配体，则 $\mathbf{P}_{1\mathrm{p}}^{1\mathrm{s}}, \mathbf{P}_{2\mathrm{s}}^{2\mathrm{p}}$ 等组件内变换阵需要由偏差传递路径求取，连乘矩阵中含有先前计算得到的主接触副变换阵。以下用表 3-2 装配步②为例说明。主接触副 FE8→FE3，次接触副 FE7→FE6。对于该装配步，式(3-8)化为：

中国知网 https://www.cnki.net

$$\mathbf{P}_{\mathrm{FE3}}^{\mathrm{FE6}}\cdot\mathbf{P}_{\mathrm{FE8}}^{\mathrm{FE3}}\Big|_{\theta_1=\theta_2=\cdots=0}\cdot\mathbf{P}_{\mathrm{FE7}}^{\mathrm{FE8}}=\mathbf{P}_{\mathrm{FE7}}^{\mathrm{FE6}}\Big|_{\varphi_1=\varphi_2=\cdots=0} \tag{3-9}$$

参考如图 3-8 的位姿变换关系图，$\mathbf{P}_{\mathrm{FE3}}^{\mathrm{FE6}}$ 的连续变换路径需要经过装配步①的计算结果 $\mathbf{P}_{\mathrm{FE4}}^{\mathrm{FE1}}$：

$$\mathbf{P}_{\mathrm{FE3}}^{\mathrm{FE6}}=\left(\mathbf{P}_{\mathrm{FE6}}^{\mathrm{FE4}}\right)^{-1}\cdot\left(\mathbf{P}_{\mathrm{FE1}}^{\mathrm{FE4}}\right)^{-1}\cdot\left(\mathbf{P}_{\mathrm{FE1}}^{\mathrm{FE2}}\right)^{-1}\cdot\mathbf{P}_{\mathrm{FE3}}^{\mathrm{FE2}} \tag{3-10}$$

其中变换阵 $\mathbf{P}_{\mathrm{FE6}}^{\mathrm{FE4}},\mathbf{P}_{\mathrm{FE1}}^{\mathrm{FE2}},\mathbf{P}_{\mathrm{FE3}}^{\mathrm{FE2}}$ 为零件内特征变换阵，$\mathbf{P}_{\mathrm{FE1}}^{\mathrm{FE4}}$ 为装配步①计算得到的主接触副变换阵。变换阵取逆可以调换变换方向。

以下针对“轴孔+小平面”、“平面+短轴孔”两类主次接触副情况进一步解释主接触副变换阵的求取方法。

（1）轴孔主接触副+小平面副次接触副情况

轴孔主接触副约束了 $\mathbf{P}_{\mathrm{2p}}^{\mathrm{1p}}$ 的 v,w,β,γ 自由度，使其具有以下形式：

$$\mathbf{P}_{\mathrm{2p}}^{\mathrm{1p}}\Big|_{v=w=\beta=\gamma=0}=\begin{bmatrix}1&0&0&u\\0&1&-\alpha&0\\0&\alpha&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{3-11}$$

由于主次接触副关于 x 轴对称，自由度 α 可设零，$\mathbf{P}_{\mathrm{2p}}^{\mathrm{1p}}$ 变为以下形式：

$$\mathbf{P}_{\mathrm{2p}}^{\mathrm{1p}}\Big|_{v=w=\alpha=\beta=\gamma=0}=\begin{bmatrix}1&0&0&u\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{3-12}$$

代入式(3-8)左式，结果第一行第四列为未知量 u 的一次式：

$$\left[\mathbf{P}_{\mathrm{1p}}^{\mathrm{1s}}\cdot\mathbf{P}_{\mathrm{2p}}^{\mathrm{1p}}\Big|_{v=w=\alpha=\beta=\gamma=0}\cdot\mathbf{P}_{\mathrm{2s}}^{\mathrm{2p}}\right](1,4)=p_0+p_1u \tag{3-13}$$

其中 p_0,p_1 为由 $\mathbf{P}_{\mathrm{1p}}^{\mathrm{1s}},\mathbf{P}_{\mathrm{2s}}^{\mathrm{2p}}$ 计算得到的已知常数。

小平面次接触副约束了 $\mathbf{P}_{\mathrm{2s}}^{\mathrm{1s}}$ 的 u 自由度，使其具有以下形式：

$$\mathbf{P}_{\mathrm{2s}}^{\mathrm{1s}}\Big|_{u=0}=\begin{bmatrix}1&-\gamma&\beta&0\\\gamma&1&-\alpha&v\\-\beta&\alpha&1&w\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{3-14}$$

中国知网 https://www.cnki.net

其第一行第四列元素为 0，即：

$$\left[\mathbf{P}_{2s}^{1s}\Big|_{u=0}\right](1,4)=0 \tag{3-15}$$

由式(3-8)、(3-13)、(3-15)可解出 u：

$$u=\frac{-p_0}{p_1} \tag{3-16}$$

以齿轮子装配体为例，其装配步骤②的主接触副 FE8→FE3 变换阵 $\mathbf{P}_{FE8}^{FE3}$ 的 v,w,β,γ 参数为 0，绕轴旋转偏差参数 α 不影响装配精度故设零，仅 u 未知。次接触副 FE7→FE6 变换阵 $\mathbf{P}_{FE7}^{FE6}$ 的 u 参数为 0，其余参数未知。根据主次接触副两路径定位协调条件，左式和右式两矩阵的第一行第四列元素相等，可计算得到 u。

$$\left(\mathbf{P}_{FE6}^{FE4}\right)^{-1}\cdot\left(\mathbf{P}_{FE1}^{FE4}\right)^{-1}\cdot\left(\mathbf{P}_{FE1}^{FE2}\right)^{-1}\cdot\mathbf{P}_{FE3}^{FE2}\cdot\mathbf{P}_{FE8}^{FE3}\Big|_{v=w=\beta=\gamma=0}\cdot\mathbf{P}_{FE7}^{FE8}=\mathbf{P}_{FE7}^{FE6}\Big|_{u=0} \tag{3-17}$$

对于主接触副为圆柱面且次接触副为平面的装配步，特征的方向偏斜会导致次要接触副特征间形成边缘接触，引入额外间隙误差。图 3-10 所示零件 2 与零件 1 为轴孔过渡配合，零件 2 仅能沿轴向运动，次要接触副的两圆环面被迫形成夹角。若将次要接触面的接触定义为 $\mathbf{P}_{2s}^{1s}\big|_{u=0}$，则装配后为(a)所示中心接触状态，两圆环面的局部坐标系在 u 自由度方向重合；若考虑边缘接触导致的楔形间隙，将次要接触面的接触定义为 $\mathbf{P}_{2s}^{1s}\Big|_{u=d_{edge}}$，则装配后为(b)所示边缘接触状态，计算式(3-15)化为如下形式：

$$u=d_{edge}+\frac{-p_0}{p_1} \tag{3-18}$$

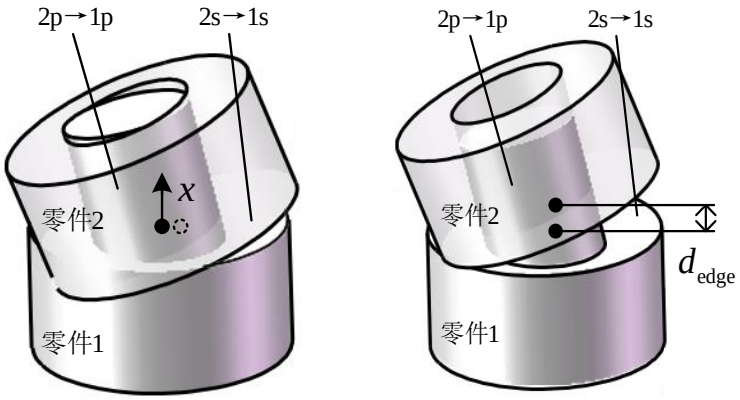
楔形间隙量 d_{edge} 可由两次要接触面的相对旋转阵以及次要接触面较小的半径 $\min\{r_{1s},r_{2s}\}$ 求得：

$$\begin{aligned} d_{edge}&=\cos^{-1}\left(\mathbf{R}_{2s}^{1s}\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}\right)\min\{r_{1s},r_{2s}\}\\ \mathbf{R}_{2s}^{1s}&=\mathbf{R}_{1p}^{1s}\cdot\mathbf{R}_{2p}^{1p}\Big|_{\alpha=\beta=\gamma=0}\cdot\mathbf{R}_{2s}^{2p}=\mathbf{R}_{1p}^{1s}\cdot\mathbf{R}_{2s}^{2p}\end{aligned} \tag{3-19}$$

式中 $\mathbf{R}_{2s}^{1s},\mathbf{R}_{1p}^{1s},\mathbf{R}_{2p}^{1p},\mathbf{R}_{2s}^{2p}$ 为 $\mathbf{P}_{2s}^{1s},\mathbf{P}_{1p}^{1s},\mathbf{P}_{2p}^{1p},\mathbf{P}_{2s}^{2p}$ 的旋转阵部分，主接触副变换阵 $\mathbf{R}_{2p}^{1p}$ 的两个转动参数 β,γ 被轴孔装配限制为 0，但 α 未知会导致多解，故先设主接触副方

中国知网 https://www.cnki.net

向相同，$\mathbf{R}_{2p}^{1p}$ 的参数 $\alpha=\beta=\gamma=0$，为单位阵。



（a）中心接触定义　　（b）边缘接触定义

图 3-10 考虑边缘接触的并联装配

Fig. 3-10 Parallel assembly considering edge-contact

实际生产中，由于轴孔配合中绕轴旋转方向自由度不受限制，该间隙随机浮动，只有紧固后才能确定。若要精确求取 d_{edge}，需要轴孔零件的精确三维轮廓测量数据以及轴孔装配体的绕轴转动相位。一般偏差分析中可以考虑选取中心接触定义以避免计算结果不一致，也可考虑选取边缘接触定义以体现楔形间隙导致的额外装配偏差。考虑接触间隙后，式(3-17)化为：

$$\begin{aligned}&\left(\mathbf{P}_{FE6}^{FE4}\right)^{-1}\cdot\left(\mathbf{P}_{FE1}^{FE4}\right)^{-1}\cdot\left(\mathbf{P}_{FE1}^{FE2}\right)^{-1}\cdot\mathbf{P}_{FE3}^{FE2}\cdot\mathbf{P}_{FE8}^{FE3}\Big|_{v=w=\beta=\gamma=0}\cdot\mathbf{P}_{FE7}^{FE8}\\&=\mathbf{P}_{FE7}^{FE6}\Big|_{u=d_{edge}}\end{aligned}\tag{3-20}$$

（2）平面主接触副+短轴孔次接触副情况

平面主接触副约束了 $\mathbf{P}_{2p}^{1p}$ 的 u,β,γ 自由度，使其具有以下形式：

$$\mathbf{P}_{2p}^{1p}\Big|_{u=\beta=\gamma=0}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&-\alpha&v\\0&\alpha&1&w\\0&0&0&1\end{bmatrix}\tag{3-21}$$

由于主次接触副关于 x 轴对称，自由度 α 可设零，$\mathbf{P}_{2p}^{1p}$ 变为以下形式：

中国知网 https://www.cnki.net

$$\mathbf{P}_{2p}^{1p}\Big|_{u=\alpha=\beta=\gamma=0}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&v\\0&0&1&w\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{3-22}$$

带入式(3-8)左式，结果第二行第四列元素及第三行第四列元素为未知量v,w的一次式：

$$\begin{cases}\left[\mathbf{P}_{1p}^{1s}\cdot\mathbf{P}_{2p}^{1p}\Big|_{u=\alpha=\beta=\gamma=0}\cdot\mathbf{P}_{2s}^{2p}\right](2,4)=p_0+p_1v+p_2w\\ \left[\mathbf{P}_{1p}^{1s}\cdot\mathbf{P}_{2p}^{1p}\Big|_{u=\alpha=\beta=\gamma=0}\cdot\mathbf{P}_{2s}^{2p}\right](3,4)=p_3+p_4v+p_5w\end{cases} \tag{3-23}$$

其中p_0至p_5为由$\mathbf{P}_{1p}^{1s},\mathbf{P}_{2s}^{2p}$计算得到的已知常数。

另外，短圆柱次接触副约束了$\mathbf{P}_{2s}^{1s}$的v,w自由度，使其具有以下形式：

$$\mathbf{P}_{2s}^{1s}\Big|_{v=w=0}=\begin{bmatrix}1&-\gamma&\beta&u\\\gamma&1&-\alpha&0\\-\beta&\alpha&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{3-24}$$

其第二行第四列元素和第三行第四列元素为0：

$$\begin{cases}\left[\mathbf{P}_{2s}^{1s}\Big|_{v=w=0}\right](2,4)=0\\ \left[\mathbf{P}_{2s}^{1s}\Big|_{v=w=0}\right](3,4)=0\end{cases} \tag{3-25}$$

由式(3-8)、(3-23)、(3-25)可解出v,w：

$$\begin{cases}v=\dfrac{p_0p_5-p_1p_3}{p_1p_4-p_2p_5}\\ w=\dfrac{p_2p_3-p_0p_4}{p_1p_4-p_2p_5}\end{cases} \tag{3-26}$$

以齿轮子装配体为例，其装配步骤①的主接触副FE4→FE1为平面贴合，变换阵$\mathbf{P}_{FE4}^{FE1}$的u,β,γ参数为0，绕轴旋转偏差参数α不影响装配精度故设零，v,w未知。次接触副变换阵$\mathbf{P}_{FE5}^{FE2}$的v,w参数为0，其余参数未知。$\mathbf{P}_{FE2}^{FE1},\mathbf{P}_{FE4}^{FE5}$为已知零件内变换阵。根据特征定位FE2-FE5和FE2-FE1-FE4-FE5两路径的定位协调，左式和右式两矩阵的第二行第四列元素及第三行第四列元素相等，可计算得到v,w：

中国知网 https://www.cnki.net

$$\mathbf{P}_{\mathrm{FE1}}^{\mathrm{FE2}} \cdot \mathbf{P}_{\mathrm{FE4}}^{\mathrm{FE1}}\Big|_{u=\alpha=\beta=\gamma=0} \cdot \left(\mathbf{P}_{\mathrm{FE4}}^{\mathrm{FE5}}\right)^{-1} = \mathbf{P}_{\mathrm{FE5}}^{\mathrm{FE2}}\Big|_{v=w=0} \tag{3-27}$$

3.4 实例分析及方法对比

应用所提出的考虑顺序接触的齿轮系统串并联装配偏差传递计算模型，计算齿轮系统子装配体的装配精度，并用现有矩阵方法和雅可比旋量方法计算计算相同案例，对比分析各方法的计算结果、公差敏感度和计算准确度。

3.4.1 齿轮系统子装配体偏差传递计算过程

采用所提方法对图 3-11 所示的某齿轮系统子装配体进行偏差分析，该子装配体由轴、隔环、齿轮等主要零件组成。这里键和螺母仅提供紧固功能，不参与尺寸链，主要讨论给定各零件存在偏差下子装配体轮齿的右端面轴向位置 d_p、轮齿与轴的轴心距 d_v、轮齿的轴线偏角 θ_a 等装配精度测量项。如图 3-12 所示，轴向位置 d_p 为齿轮右端面中心点在 GCS x 轴的轴向投影距离，轴心距 d_v 为 GCS x 轴和轮齿轴线垂线距离，轴偏角 θ_a 为 GCS x 轴和轮齿轴线空间夹角。

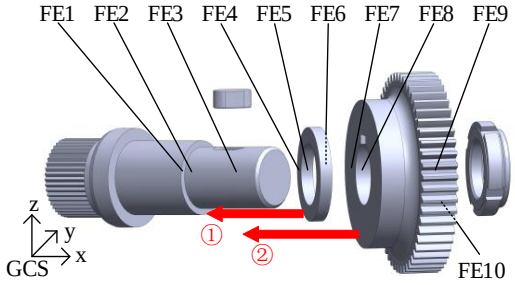


图 3-11 含并联装配关系齿轮子装配体结构

Fig. 3-11 The assembled gear structure with parallel assembling characteristics

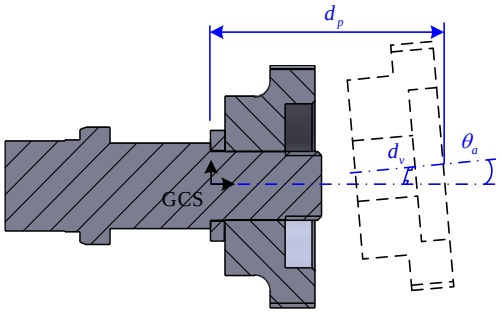


图 3-12 齿轮系统子装配体偏差分析目标

Fig. 3-12 Objectives of deviation analysis of the gear system subassembly

中国知网 https://www.cnki.net

该装配体的装配关系和特征位姿变换关系已在前文图 3-6、图 3-8 中给出，装配步和主次接触副定义已在表 3-2 中给出，步骤①和步骤②的主接触副计算式已在前文 3.3.3 小节中作为案例给出。该装配体的名义尺寸如图 3-13，用以确定名义坐标变换阵$\mathbf{M}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}$。

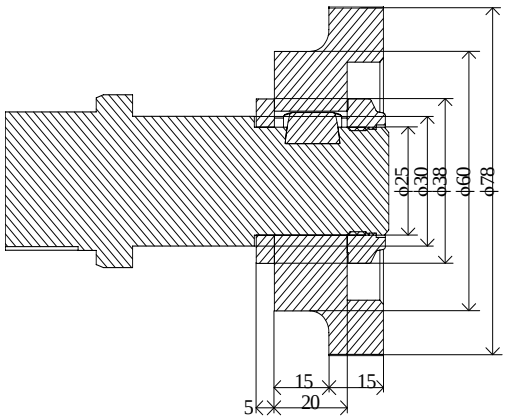


图 3-13 齿轮系统子装配体尺寸

Fig. 3-13 The dimensions of assemble gear system

偏差变换阵$\mathbf{D}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}$所需公差标注信息如表 3-4 所示，含有特征类型、公差类型和公差参数信息。结合现有 SDT 模型和蒙特卡洛仿真方法可以随机生成$\mathbf{D}_{\mathrm{FE}j}^{\mathrm{FE}i}$，最终获得所有零件内特征变换阵。

表 3-4 各制造偏差变换阵的零件公差标注信息

Table 3-4 The tolerance information of parts

变换阵	特征类型	公差类型	公差参数
$\mathbf{D}_{\mathrm{FE1}}^{\mathrm{GCS}}$	平面	轴向位置	+0.02, -0.05
$\mathbf{D}_{\mathrm{FE1}}^{\mathrm{FE2}}$	平面	跳动度	0.02
$\mathbf{D}_{\mathrm{FE3}}^{\mathrm{FE2}}$	圆柱	同轴度	0.02
$\mathbf{D}_{\mathrm{FE4}}^{\mathrm{FE5}}$	平面	跳动度	0.02
$\mathbf{D}_{\mathrm{FE6}}^{\mathrm{FE4}}$	平面	厚度尺寸	+0.00, -0.05
$\mathbf{D}_{\mathrm{FE7}}^{\mathrm{FE8}}$	平面	跳动度	0.03

中国知网 https://www.cnki.net

$\mathbf{D}_{FE9}^{FE8}$	圆柱	圆跳动度	0.04
$\mathbf{D}_{FE10}^{FE7}$	平面	厚度尺寸	+0.02, -0.05

根据以上所有输入信息和 3.3.3 节中式(3-20)、式(3-27)求取图 3-8 所示特征位姿关系中的所有变换阵。根据图 3-14 所示零组件的特征位姿变换关系，可以计算几何测量项 d_p, d_v, θ_a。

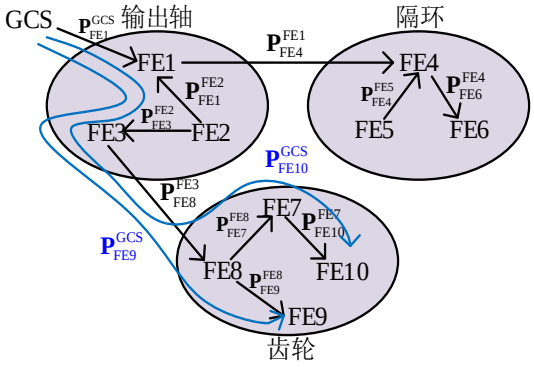


图 3-14 齿轮系统子装配体位姿变换和几何测量

Fig. 3-14 Position transformation and geometry measurement of gear system subassemblies

（1）齿轮右端面相对全局坐标轴向位置 d_p：

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(d_p) &= \mathbf{P}_{FE10}^{GCS} = \mathbf{P}_{FE1}^{GCS}\cdot\left(\mathbf{P}_{FE1}^{FE2}\right)^{-1}\cdot\mathbf{P}_{FE3}^{FE2}\cdot\mathbf{P}_{FE8}^{FE3}\cdot\mathbf{P}_{FE7}^{FE8}\cdot\mathbf{P}_{FE10}^{FE7}\\ d_p &= \left|\mathbf{P}(d_p)\begin{bmatrix}0_{1\times3} & 1\end{bmatrix}^{T} - \begin{bmatrix}0_{1\times3} & 1\end{bmatrix}^{T}\right|_2\end{aligned} \tag{3-28}$$

其中 $\mathbf{P}(d_p)$ 为计算 d_p 的起始特征 GCS 至终点特征 FE10 的坐标变换阵，$\begin{bmatrix}0_{1\times3} & 1\end{bmatrix}$ 为原点的齐次坐标。

（2）齿轮轮齿轴线相对于全局坐标 x 轴的轴心距 d_v：

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(d_v) &= \mathbf{P}_{FE9}^{GCS} = \mathbf{P}_{FE1}^{GCS}\cdot\left(\mathbf{P}_{FE1}^{FE2}\right)^{-1}\cdot\mathbf{P}_{FE3}^{FE2}\cdot\mathbf{P}_{FE8}^{FE3}\cdot\mathbf{P}_{FE9}^{FE8}\\ d_v &= \frac{\left|\left(\mathbf{R}(d_v)\mathbf{i}^{T}\times\mathbf{i}^{T}\right)\cdot\mathbf{t}(d_v)\right|}{\left|\mathbf{R}(d_v)\mathbf{i}^{T}\times\mathbf{i}^{T}\right|}\end{aligned} \tag{3-29}$$

其中 $\mathbf{P}(d_v)$ 为计算 d_v 的起始特征 GCS 至终点特征 FE9 的坐标变换阵，$\mathbf{R}(d_v)$ 为 $\mathbf{P}(d_v)$ 的左上 3×3 旋转阵，$\mathbf{t}(d_v)$ 为 $\mathbf{P}(d_v)$ 的右上 3×1 平移向量，$\mathbf{i}$ 为 x 方向向量 $\mathbf{i}^{T}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}^{T}$。

中国知网 https://www.cnki.net

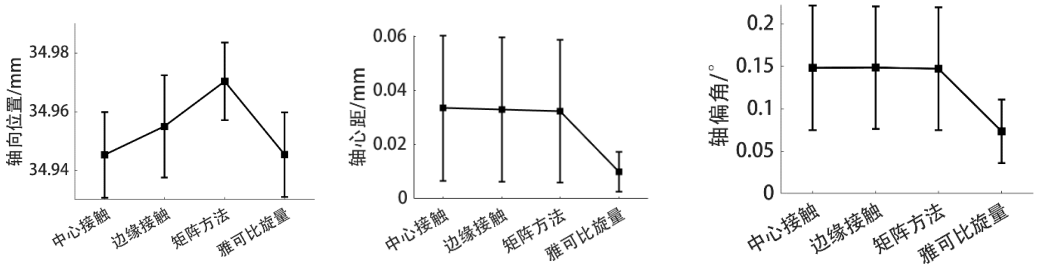
（3）齿轮轮齿轴线相对于全局坐标 x 轴的偏角 θ_a：

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(\theta_a)&=\mathbf{P}_{\mathrm{FE9}}^{\mathrm{GCS}}=\mathbf{P}_{\mathrm{FE1}}^{\mathrm{GCS}}\cdot\left(\mathbf{P}_{\mathrm{FE1}}^{\mathrm{FE2}}\right)^{-1}\cdot\mathbf{P}_{\mathrm{FE3}}^{\mathrm{FE2}}\cdot\mathbf{P}_{\mathrm{FE8}}^{\mathrm{FE3}}\cdot\mathbf{P}_{\mathrm{FE9}}^{\mathrm{FE8}}\\ \theta_a&=\arccos\left(\left(\mathbf{R}(\theta_a)\mathbf{i}^{\mathrm{T}}\right)\cdot\mathbf{i}^{\mathrm{T}}\right)\end{aligned}\tag{3-30}$$

其中 $\mathbf{P}(\theta_a)$ 为计算 θ_a 的起始特征 GCS 至终点特征 FE9 的坐标变换阵，$\mathbf{R}(\theta_a)$ 为 $\mathbf{P}(\theta_a)$ 的左上 3×3 旋转阵，$\mathbf{i}$ 为 x 方向向量 $\mathbf{i}^{\mathrm{T}}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$。

3.4.2 装配精度计算结果对比分析

对于齿轮箱结构，分别采用中心接触和边缘接触两种偏差分析方法进行含并联装配关系的齿轮系统进行偏差传递计算，并将轴向位置、轴心距和轴线偏角等装配精度计算结果与经典矩阵方法和雅可比旋量方法的结果进行比较。分析时，对于齿轮系统的各个零件采用蒙特卡罗统计仿真方法在公差域内随机取值并重复 3000 次，得到装配精度预测结果如图 3-15 所示，以均值和± σ 范围表达了三种装配精度值的统计分布。对于轮齿轴向位置，现有矩阵方法均值最高，同时边缘接触方法比中心接触方法具有更高的均值，仿真结果更接近名义值 35mm，且边缘接触引入了间隙补正增加了零件间距；对于轴心距和轴偏角尺寸偏差，雅可比旋量方法结果的均值较低且标准差较小，这是因为其尺寸链经过串行简化，忽略了并联部分偏差波动，导致波动叠加量变小。



(a) 轮齿轴向位置　　(b) 轮齿轴线轴心距　　(c) 轮齿轴线偏角

图 3-15 四种偏差分析方法的几何测量值结果对比

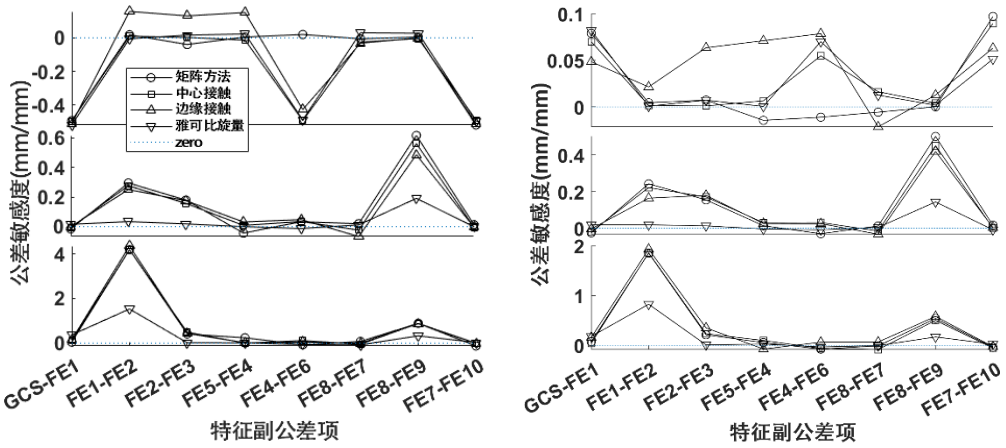
Fig. 3-15 Comparison of deviation distribution by using various methods

3.4.3 公差敏感度对比分析

为进一步对比各偏差分析方法的区别，以±0.01 范围改变 8 项偏差输入，采用 5 点线性拟合方法获得各几何测量项的均值和标准差对偏差输入变动的敏感度，如图 3-16 所示。结果表明，中心接触、边缘接触和经典矩阵这三种方法的轴

中国知网 https://www.cnki.net

心距均值、轴心距标准差、周偏角均值和周偏角标准差的偏差敏感度较接近，但是矩阵方法的轴向位置均值和轴向位置标准差的偏差敏感度仅在位于尺寸链头尾的 FE1、FE10 特征处绝对值较高，而其他敏感度绝对值较小，且边缘接触方法的轴向位置标准差在各个偏差项的敏感度均有较大绝对值。这是因为提出的考虑顺序接触公差分析方法相比于传统矩阵方法能够通过装配步和主次接触定义将并联装配关系中的所有零件特征波动纳入考虑，并且其中边缘接触方法还能够将次要接触面的倾斜纳入考虑。雅可比旋量方法得到的轴心距均值、轴心距标准差等大部分偏差敏感度明显低于矩阵方法和本文所提方法，这是因为雅可比旋量方法采用简化的串行尺寸链而将这些偏差项忽略。本文所提方法相比传统串行方法在解决复杂串并联装配问题时具有更高的精度。



(a) 均值　　(b) 标准差

图 3-16 四种方法中各几何测量项对各偏差的敏感度

Fig. 3-16 The deviation sensitivity of parts and assembled structure by four deviation propagation models

3.4.4 基于 CAD 模拟装配的计算准确度验证

由于采用软件 Solidworks 进行参数化建模能够精确模拟实际零件轮廓，同时装配指令能够精确模拟实际零件表面接触。为验证所提出的方法的计算精度，取蒙特卡罗仿真的一个样本，考虑各个零件偏差，采用 Solidworks 软件对其进行参数化建模，并使用同轴、相切等装配指令进行虚拟装配，最后用测量指令测得轮齿轴向位置、轮齿轴心距、轮齿轴线偏角等几何测量值。

采用 Solidworks 软件虚拟装配后的结果与各偏差分析方法对比结果如表 3-5 所示。所有几何测量项的相对误差排序为：雅可比旋量＞矩阵方法＞中心接触>

中国知网 https://www.cnki.net

边缘接触，文中提出的考虑装配顺序进行装配偏差分析的结果具有最小的相对误差。四种方法在轴偏角上仿真结果均和 Solidworks 软件虚拟装配结果相同，说明各方法在该案例角度预测上有高精度。对比各方法的轴向位置和轴心距相对误差，发现边缘接触方法误差最小，中心接触方法次之，经典矩阵方法误差最大。这是因为该案例装配定位中具有正厚度偏差的隔环推挤太阳轮，使得太阳轮轴向位置增大，而该推挤作用只有考虑“轴孔-平面”并联装配关系，并且用接触定义计算位姿关系时才能体现。雅可比旋量方法轴心距预测上完全偏离 Solidworks 软件虚拟装配的结果，说明雅可比旋量模型在该案例精度劣于本文所提出模型。

表 3-5 Solidworks 软件虚拟装配与四种偏差分析方法的结果比较

Table 3-5 Comparison of results by virtual assembly and four deviation propagation methods

	轴向位置/mm		轴心距/mm		轴偏角/°	
CAD 模拟装配	35.0505		0.005130		0.1655	
中心接触	35.0085	0.1200%	0.005076	1.0341%	0.1655	0.00014%
边缘接触	35.0218	0.0820%	0.005094	0.7060%	0.1655	0.00014%
矩阵方法	34.9833	0.1918%	0.005045	1.6549%	0.1655	0.00014%
雅可比旋量	35.0084	0.1202%	0.055103	974.13%	0.1655	0.00004%

3.5 本章小结

本章针对大型多级行星齿轮系统复杂串并联装配关系偏差传递建模需求，分类分析了齿轮系统的装配接触关系，指出齿轮啮合接触不满足偏差分析的可行性要求；指出了装配顺序对复杂串并联装配关系表征的重要作用，提出了装配步和主次接触副定义，实现了串并联装配关系的统一表征；考虑装配顺序和坐标变换的位姿定位协调条件，建立零件内部特征变换阵和零件间主接触副变换阵的计算模型，并建立次要接触副的间隙计算模型，实现了复杂串并联装配关系的偏差传递计算，解决了大并联表征的偏差分析难题；最后应用所提方法进行实例分析，验证偏差传递计算可行性，与已有方法的偏差传递计算结果及敏感度分析对比说明了所提方法能够考虑并联装配关系中的所有零件特征波动以及次要接触面的倾斜，与 CAD 模拟装配结果的对比说明了所提方法和矩阵方法、雅可比旋量方法等串联方法相比有更高的计算精度。

中国知网 https://www.cnki.net

中国知网 https://www.cnki.net

第四章 大型多级行星齿轮系统装配偏差计算及验证

大型多级行星齿轮的装配质量检验工艺中，齿侧间隙和齿面接触斑点是齿轮系统装配体的关键精度检验项，也是后续负载工况振动噪声检验合格的前提。齿侧间隙和接触斑点是在装配体中空载状态下测量，不涉及较大变形，故适用刚体偏差分析。根据零件设计公差，通过偏差分析预估齿轮系统的齿侧间隙和接触斑点统计分布，实现试装配前估计检验结果并指导修磨，这一过程能够取代重复试装配修磨，从而提高生产效率和精度。基于 SDT 的偏差分析能获取齿面六自由度相对偏差分布，进一步配合含偏差圆周侧隙计算公式以及考虑偏差的有限元分析能计算齿侧间隙和接触斑点分布。偏差分析计算的高度非线性提高了公差敏感度分析的难度，现有基于关系式偏导的 SDT 的敏感度计算方法不再适用，需要一种新的敏感度分析方法。由于分析对象复杂，分析过程中必须考虑方法的统一性和鲁棒性。作为新提出的偏差分析方法，其偏差估计准确度需要由实测值验证。

针对大型多级行星齿轮系统偏差分析实际应用需求，本章应用第二、三章所提出的串并联装配偏差分析方法，对大型多级行星齿轮系统进行建模，计算偏差传递并分析其计算过程，获得啮合副两轮齿中心距和轴线偏角分布；提出一种结合 SDT 的圆周侧隙经验公式计算方法并计算获得啮合副圆周侧隙统计分布，代入实测零件公差计算齿隙并对比实测结果验证计算精度；提出一种结合 SDT 的接触斑点有限元仿真方法并仿真齿轮啮合接触获得接触斑点，并与实测结果对比验证计算精度；将本文所提方法形成装配仿真软件平台的齿轮系统偏差分析模块，实现用户交互和报告输出。

4.1 啮合副中心距和轴偏角偏差分析

太阳轮、行星轮和内齿圈的齿侧间隙和齿面接触斑点大型多级行星齿轮系统的关键精度检验项。仿真计算齿侧间隙和接触斑点需要先获得两啮合齿面轴线的中心距偏差和轴偏角偏差。中心距即为两轴线的三维垂距，轴偏角即为两轴线的三维夹角，此两指标能够由偏差传递计算所得到的两啮合轮齿特征的相对坐标位姿变换阵计算得到。根据齿轮系统的设计公差和装配关系进行偏差分析，能够实现中心距和轴偏角的预估。

中国知网 https://www.cnki.net

根据 3.1.1 小节提出的偏差分析可行条件，观察图 4-1 所示装配关系示意图发现“一级太阳轮-行星轮啮合副”和“二级行星轮-内齿圈啮合副”处于独立子装配体中，而“一级行星轮-内齿圈啮合副”和“二级太阳轮-行星轮啮合副”处于不同独立子装配体，所以偏差分析目标特征确定为“一级太阳轮-行星轮啮合副”和“二级行星轮-内齿圈啮合副”，其具体位置如图 4-2。因为左旋和右旋轮齿以及同级各行星轮的装配关系和公差标注对称，故仅研究一对一级啮合副和一对二级啮合副。

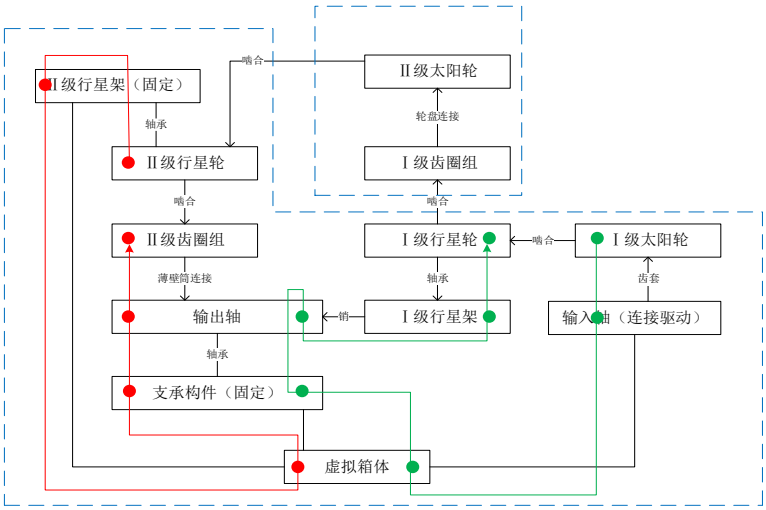


图 4-1 大型多级行星齿轮系统装配关系示意图

Fig. 4-1 Large multi-stage planetary gear system assembly relationship diagram

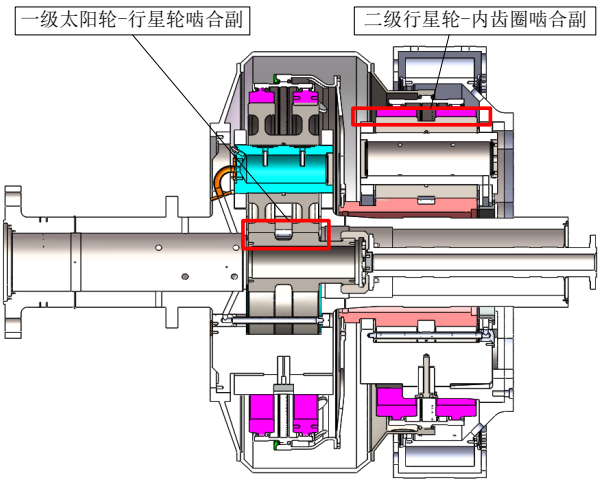


图 4-2 大型多级行星齿轮系统偏差分析目标特征副

Fig. 4-2 Large multi-stage planetary gear system deviation analysis target

中国知网 https://www.cnki.net

4.1.1 制造偏差和装配关系输入

大型多级行星齿轮系统装配总图如图 4-3，共含 24 个主要零件，默认坐标系方向为轴向 *x*，径向 *yz*。为实行基于特征的偏差分析，需要首先确定所有特征并建立相应局部坐标系。将涉及装配接触和公差标注的几何面定义为特征，各零件的特征名称、序号及几何位置如图表 4-1，续表见附录。其中，公差基准不参与装配但是涉及公差关系，故也定义为特征；序号 25 虚拟箱体零件只是用以表达外界与行星系统的装配关系的假定零件；序号 26、27 的一、二级行星架销是以圆周阵列固定行星架的一组柔性销，假设其与行星架销孔阵列接触部分共同构成一特征，与输出轴或行星架支架销孔阵列接触部分共同构成另一特征，以此简化装配紧固关系。

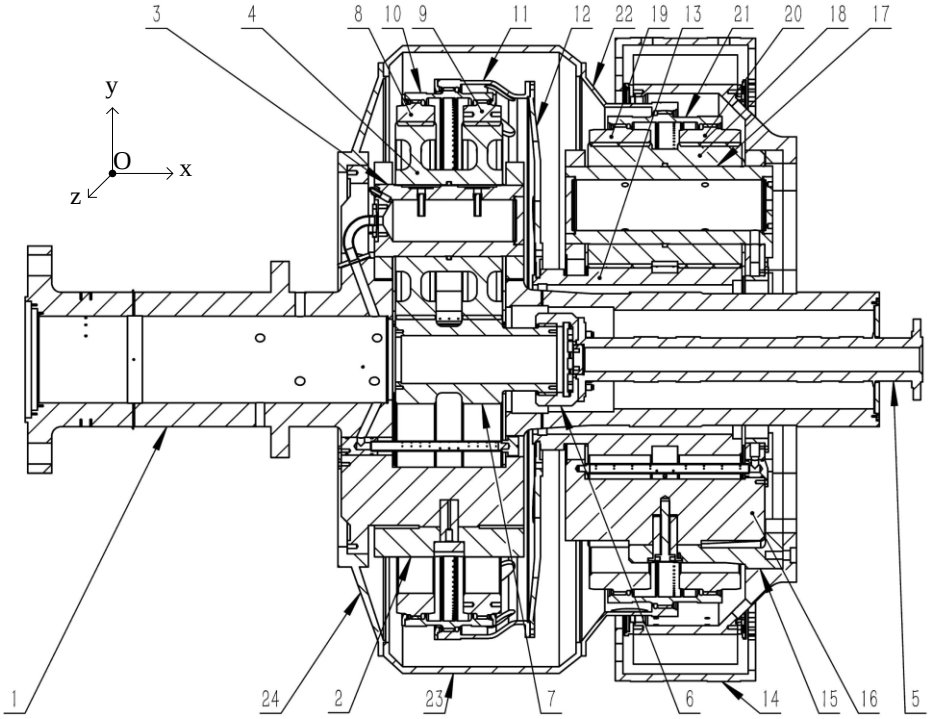


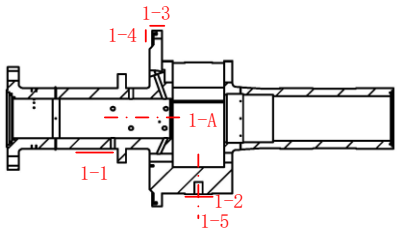
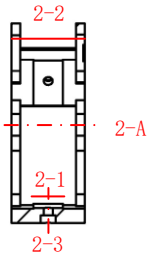
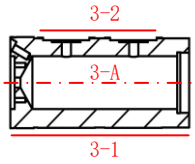
图 4-3 大型多级行星齿轮系统装配总图

Fig. 4-3 Assembly drawing of large multi-stage planetary gear system

中国知网 https://www.cnki.net

表 4-1 零件特征序号表

Table 4-1 Part-feature- number table

零件名	序号	零件特征示意图
输出轴	1	
所含特征名及序号		
1-A 基准 A；1-1 轴承面；1-2 行星架安装内圆；1-3 输出轴齿圈；1-4 输出轴齿圈端面；1-5 三销孔		
一级行星架	2	
2-A 基准 A；2-1 输出轴安装外圆；2-2 行星架孔（三个孔 2-2-IP1、2-2-IP2、2-2-IP3）；2-3 三销孔		
一级行星轴	3	
3-A 基准 A；3-1 行星架安装面；3-2 行星轮轴承面（三个轴承分别以 IP1、IP2、IP3 标注）		

续表见附录 103 页

参照 3.3.2 小节，零件内部特征变换阵的计算需要偏差变换阵和名义变换阵，偏差变换阵可以根据零件公差信息生成，名义变换阵可以测量理想 CAD 特征间的相对位置和角度来获得。基于特征整理的所有公差标注信息汇总如表 4-2 所示，续表见附录。其中：被注特征即零件图上标注公差箭头所指的特征，基准特征为其公差标注的基准，特别地，平面尺寸公差的被注特征和基准特征是公差标注的双向箭头两端的平面，平面尺寸即两平面间距；公差类型包括圆柱和平面多种类型的公差标注，还包括例如“圆柱位置度+平行度”的组合公差；公差参数以方括号中两值表达偏差上下限，以单值表达形位公差值；几何参数指平面最大长宽或圆柱轴向长度，其影响制造偏差的模拟生成，相同的公差参数下几何参数越小偏转角度越大。

中国知网 https://www.cnki.net

表 4-2 特征公差标注

Table 4-2 Part-feature- number table

序号	被注特征	基准特征	公差类型	公差参数/mm	几何参数/mm
1	1-1	1-A	圆柱跳动	0.02	460
2	1-2	1-A	圆柱跳动	0.025	200
3	1-3	1-A	圆柱跳动	0.01	70
4	1-4	1-A	平面跳动	0.01	[610,610]
5	1-5	1-A	平面跳动	0.01	[400,400]
6	2-1	2-A	圆柱跳动	0.105	200
7	2-2	2-A	圆柱位置度+平行度	0.046, 0.025	495
8	2-3	2-A	平面跳动	0.01	[400,400]

续表见附录 111 页

任意两特征间的名义位姿变换可由全局名义位姿换算得到。所有特征的名义全局位姿如表 4-3，续表见附录。由于齿轮箱回转特性，特征局部坐标方向均可采用全局坐标方向，并且本文中行星轮初始位置在中面，故任意两特征间六自由度名义位姿参数中 w,α,β,γ 均为零可略去，只有 u,v 非零。

表 4-3 特征名义全局位姿参数表

Table 4-3 Nominal global position-pose parameters of the features

特征	u	v	特征	u	v
1-1	-1178.145	0	17-1	835.499	516.265
1-2	-12.145	0	17-2	1180.499	516.265
1-3	-449.645	0	18-1	1419.999	516.265
1-4	-439.645	0	18-L	1415	516.265
1-5	-112.15	0	18-R	914.999	516.265
2-1	-12.145	0	19-1	1035.749	0
2-2	-300.145	464.639	19-L	919.999	0
2-3	-112.15	0	20-1	1333.249	0

续表见附录 113 页

为进行偏差传递计算，根据实际装配顺序和装配工艺，定义大型多级行星齿轮系统装配步和主次接触副如表 4-4，共 20 步装配，装配步类型包括圆柱轴孔贴合、平面贴合、圆柱+小平面并联、平面+短圆柱并联等串并联装配关系类型，主

中国知网 https://www.cnki.net

次接触副中箭头左侧为被移动部件的特征，右侧为固定部件的特征。特别地，一级、二级行星架由三个圆弧面和三个柔性销固定，三个柔性销在用于传递轴向载荷的同时，确定了行星架的轴向位置，实质上等同于行星架的平面轴肩，故而涉及圆周阵列销孔的第 2、5、11、12 装配步中均定义其为平面或小平面装配副。

表 4-4 装配步和主次接触副定义

Table 4-4 Nominal global position-pose parameters of the features

装配步序号	装配步类型	主要接触副	次要接触副
1	圆柱	1-1→25-3	
2	平面	26-1→1-5	
3	圆柱	4-1→3-2	
4	圆柱	3-1→2-2	
5	圆柱+小平面	2-1→1-2	2-3→26-2
6	平面+短圆柱	5-3→25-1	5-4→25-2
7	平面+短圆柱	6-1→5-1	6-2→5-2
8	圆柱	7-1→6-3	
9	平面+短圆柱	14-3→25-4	14-4→25-5
10	平面+短圆柱	15-1→14-1	15-2→14-2
11	平面	27-1→15-4	
12	圆柱+小平面	16-1→15-3	16-3→27-2
13	圆柱	17-1→16-2	
14	圆柱	18-1→17-2	
15	平面+短圆柱	24-4→1-4	24-3→1-3
16	平面+短圆柱	23-1→24-1	23-2→24-2
17	平面+短圆柱	22-2→23-3	22-3→23-4
18	圆柱	21-3→22-1	
19	圆柱	19-1→21-1	
20	圆柱	20-1→21-2	

中国知网 https://www.cnki.net

4.1.2 偏差传递计算过程分析

偏差传递计算总体流程如图 4-4 所示，基于以上制造偏差和装配关系信息输入，随机生成制造偏差并计算零件内部特征变换阵，循环各装配步获得零件间主接触副变换阵，得到树状位姿关系和目标变换阵及其六自由度参数输出。零件制造偏差随机生成方法参见 2.3 节;零件内部特征变换阵计算方法参见 3.3.2 小节；零件间主接触副变换阵计算方法参见 3.3.3 小节。由树状位姿关系获取目标变换阵及其六自由度参数的方法参照 3.4.1 小节案例，最终输出“一级太阳轮-行星轮啮合副”和“二级行星轮-内齿圈啮合副”轮齿特征间的相对位姿变换阵。大型多级行星齿轮系统零件特征多，输入和计算过程繁杂，为了保证偏差分析的鲁棒性，需要在变换阵计算流程中输出特征位姿关系无向图以检查建模是否完整无误。

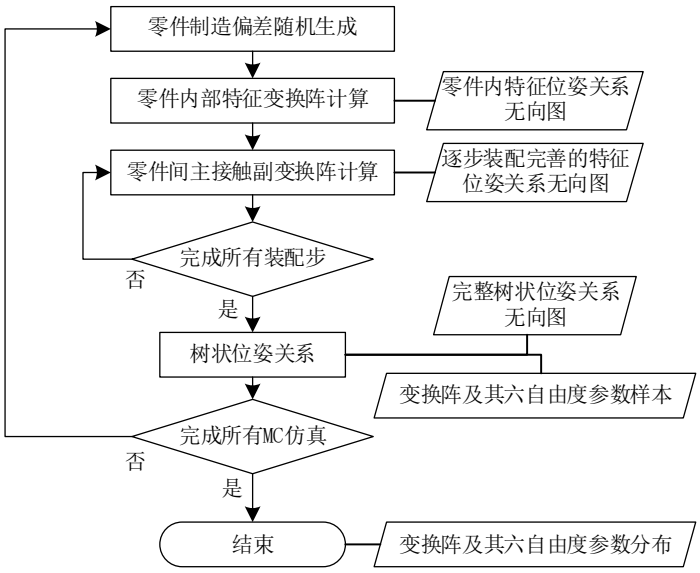


图 4-4 偏差传递计算流程

Fig. 4-4 Process of deviation transfer calculation

输出特征位姿无向图可以检查建模和计算过程准确无误，还有助于研究分析偏差传递计算过程。图 4-5 为零件内特征位姿关系无向图，模拟生成制造偏差后计算制造偏差 SDT 变换阵和名义相对位姿变换阵的乘积即可获取零件内位姿关系变换阵，每个零件在该无向图中为独立的树状连通子图。合理定义的公差关系能够使零件内各特征间的位姿关系形成树状关系，保持位姿关系协调，避免后续位姿关系搜索有多条路径。由图可知，检查独立子图的数量和被注公差的零件数量相同，则所有公差标注都已表达成零件内特征位姿变换阵。

中国知网 https://www.cnki.net

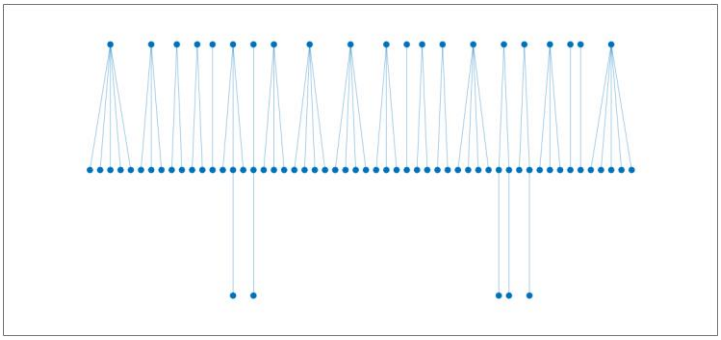
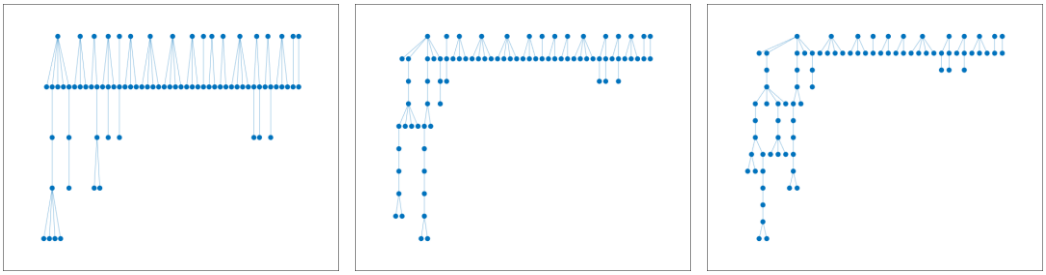


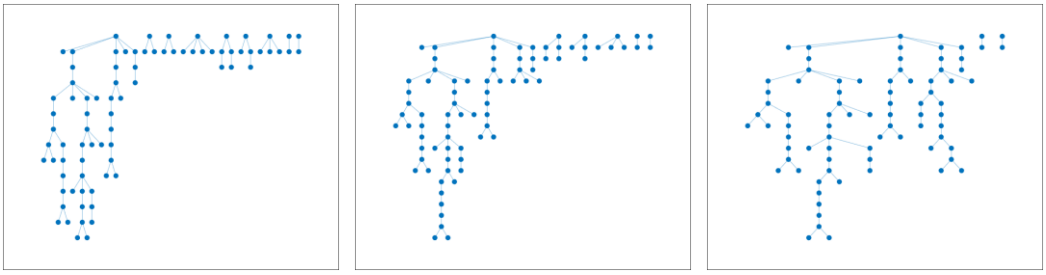
图 4-5 零件内特征位姿关系无向图

Fig. 4-5 Undirected diagram of intro-part feature posture relationships

图 4-6 为模拟装配中逐步完善的特征位姿关系无向图，针对每个装配步计算得到一个零件间主接触副变换阵，并在无向图中添加对应特征节点间的连线，逐步将分离的零件子图连接成为装配体的单一树状无向图。齿轮系统有 20 装配步，图中仅给出部分过程无向图。基于 3.2.2 小节的装配步和主次接触副定义，每一装配步仅连接两独立子图的一条边线，此性质保证了形成的所有无向图子图都为无回路的树状子图。该无向图的连接过程揭示了本文所提出串并联装配偏差传递计算的实质，即零件的逐步相对定位过程。



(a) step 4　　(b) step 7　　(c) step 10



(d) step 13　　(e) step 16　　(f) step 19

图 4-6 逐步完善中的特征位姿关系无向图

Fig. 4-6 Undirected graphs of feature posture relationships in the progress

中国知网 https://www.cnki.net

图 4-7 为完整树状位姿关系无向图，所有特征间均连接至装配体位姿关系树状图。其中每一节点代表一特征，每一边线代表一 4×4 变换阵。该位姿关系必然是不含回路的单一树状位姿关系，因为本文所定义装配步和主次接触副限制了单装配步中移动部件和固定部件分别只能有一个，且每一装配步连接主要接触副的边线。对树状无向图应用广度优先路径搜索算法，可以搜索得到任意两特征间的唯一含偏差位姿关系传递路径，不存在多条路径的协调矛盾。经过以上位姿变换计算，单次蒙特卡罗仿真完成，能够获得一个位姿变换关系样本用于计算该次蒙特卡罗仿真的结果输出。进入下一次循环时，制造偏差 SDT 重新生成并重新计算位姿关系得到新样本，所有位姿关系样本的无向图结构相同，位姿变换阵数值受随机偏差影响，以此模拟不同装配体受随机制造偏差影响的的随机装配偏差。“一级太阳轮-行星轮啮合副”的两目标特征为“4-L”、“7-R”，“二级行星轮-内齿圈啮合副”的两目标特征为“18-L”、“20-R”，两对目标特征间的位姿关系传递阵如下，其中任意 $\mathbf{P}_{\mathrm{FEj}}^{\mathrm{FEi}}$ 表示 FEj 特征局部坐标系相对 FEi 特征局部坐标系的位姿变换阵，$\mathbf{P}_{7-\mathrm{R}}^{4-\mathrm{L}}$ 由 21 项相乘获得，$\mathbf{P}_{20-\mathrm{R}}^{18-\mathrm{L}}$ 由 31 项相乘获得：

$$\mathbf{P}_{7-\mathrm{R}}^{4-\mathrm{L}}=\mathbf{P}_{4-1}^{4-\mathrm{L}}\mathbf{P}_{3-2}^{4-1}\cdots\mathbf{P}_{7-1}^{6-3}\mathbf{P}_{7-\mathrm{A}}^{7-1}\mathbf{P}_{7-\mathrm{R}}^{7-\mathrm{A}} \tag{4-1}$$

$$\mathbf{P}_{20-\mathrm{R}}^{18-\mathrm{L}}=\mathbf{P}_{18-1}^{18-\mathrm{L}}\mathbf{P}_{17-2}^{18-1}\cdots\mathbf{P}_{21-2}^{21-\mathrm{A}}\mathbf{P}_{20-1}^{21-2}\mathbf{P}_{20-\mathrm{R}}^{20-1} \tag{4-2}$$

结合空间轴线间距和夹角的计算公式计算轴心距 d_v 和轴偏角 θ_a：

$$d_v=\frac{\left|\left(\mathbf{R}(d_v)\mathbf{i}^{\mathrm{T}}\times\mathbf{i}^{\mathrm{T}}\right)\cdot\mathbf{t}(d_v)\right|}{\left|\mathbf{R}(d_v)\mathbf{i}^{\mathrm{T}}\times\mathbf{i}^{\mathrm{T}}\right|} \tag{4-3}$$

$$\theta_a=\arccos\left(\left(\mathbf{R}(\theta_a)\mathbf{i}^{\mathrm{T}}\right)\cdot\mathbf{i}^{\mathrm{T}}\right) \tag{4-4}$$

其中，d_v 和 θ_a 为一级或二级的轴心距和轴偏角，$\mathbf{R}(d_v)$ 和 $\mathbf{R}(\theta_a)$ 为相应坐标变换阵 $\mathbf{P}_{7-\mathrm{R}}^{4-\mathrm{L}}$ 和 $\mathbf{P}_{20-\mathrm{R}}^{18-\mathrm{L}}$ 的旋转部分，$\mathbf{t}(d_v)$ 为变换阵的平移部分 3×1 向量，$\mathbf{i}$ 为单位向量 [1,0,0]。

中国知网 https://www.cnki.net

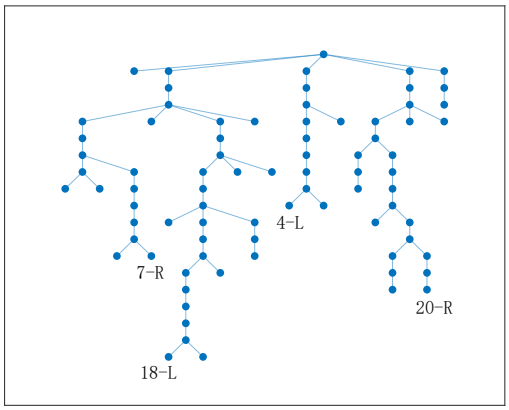


图 4-7 逐步完善中的特征位姿关系无向图

Fig. 4-7 Undirected graphs of feature posture relationships in the progress

4.1.3 结果分析

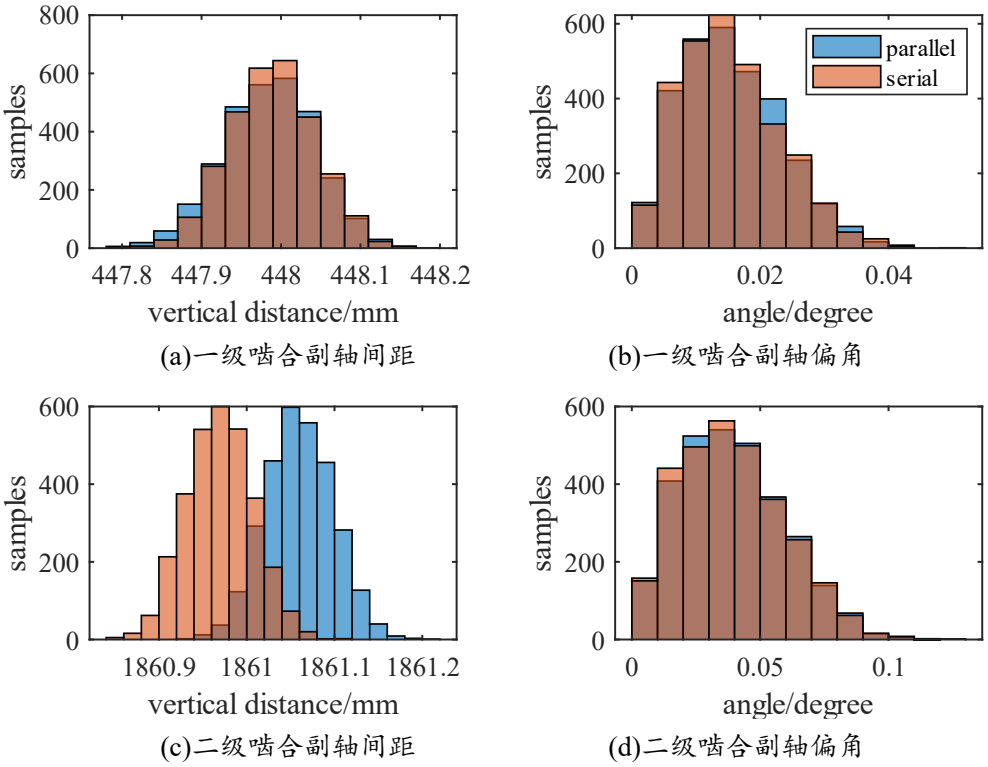
图 4-8 为 3000 次蒙特卡罗仿真计算得到所有轴心距和轴偏角分布，并对比本文考虑装配顺序的串并联方法和经典串联矩阵方法的结果，相应分布的均值和标准差如表 4-5 所示。图中蓝色结果为本文方法，橙色结果为串联方法。观察发现两方法的一级轴间距、一级轴偏角和二级轴偏角的结果分布基本相同，而二级轴间距的结果分布均值略有差别，串并联方法相对串联方法分布均值高约 0.1mm。这是因为二级部分装配关系更加复杂，计算过程中含有大量并联装配关系，次要接触副的接触定位考虑了原串联方法没考虑到的偏差源，使得其均值产生偏移。

表 4-5 偏差分析结果的均值和标准差

Table 4-5 Mean and standard deviation of deviation analysis results

结果名称	均值/mm		标准差/mm	
	本文方法	串联方法	本文方法	串联方法
一级轴间距	447.98	447.99	0.0580	0.0537
一级轴偏角	0.0155	0.0153	0.0077	0.0077
二级轴间距	1861.1	1861.0	0.0386	0.0379
二级轴偏角	0.0392	0.0391	0.0202	0.0200

中国知网 https://www.cnki.net



(a)一级啮合副轴间距　(b)一级啮合副轴偏角

(c)二级啮合副轴间距　(d)二级啮合副轴偏角

图 4-8 偏差分析结果及其方法对比：轴心距和轴偏角

Fig. 4-8 Analysis results and the comparison of methods: Axis distance and axis angle

4.2 啮合副圆周侧隙偏差分析与验证

啮合副轴线中心距和轴偏角确定了啮合副轴线的相对装配偏差，结合齿轮齿面形状的测量数据和改进的圆周侧隙经验公式，能够计算得到所有蒙特卡罗样本的圆周侧隙，从而预测啮合副的侧隙是否处于合格范围。

4.2.1 圆周侧隙经验公式计算

在蒙特卡罗样本的中心距 d_v 和轴偏角 θ_a 的计算的基础上，计算中心距公差产生的侧隙修正 Δj_a 和通过孔轴线不平行度产生的侧隙修正 $\Delta j_{\Sigma\beta}$：

$$\Delta j_a = 2A_a \frac{\tan\alpha_n}{\cos\beta} \tag{4-5}$$

$$\Delta j_{\Sigma\beta} = -f_{\Sigma\beta}\frac{b}{L_G} \tag{4-6}$$

其中，$A_a=d_v$ 为轴线最大径向位移，α_n 为啮合角，$f_{\Sigma\beta}=\theta_a$ 为 L_G 长度上的轴线偏

中国知网 https://www.cnki.net

斜量，L_G 为轴上轴承中心分离量，b 为齿宽。因此，齿轮圆周侧隙可写为：

$$\begin{aligned} j_{t\min} &= -\sum A_{ste} - \sqrt{\Delta j_a^2 + \Delta j_{\Sigma\beta}^2 + \Delta j_{F1}^2 + \Delta j_{F2}^2 + \Delta j_B^2} \\ j_{t\max} &= -\sum A_{sti} \pm \sqrt{\left| -\Delta j_a^2 + \Delta j_{\Sigma\beta}^2 + (\frac{\Delta j_{F1}}{2})^2 + (\frac{\Delta j_{F2}}{2})^2 + \Delta j_B^2 \right|} \end{aligned} \tag{4-7}$$

其中，$j_{t\min}$ 表示最小圆周侧隙，$j_{t\max}$ 表示最大圆周侧隙。相同制造偏差的啮合副侧隙会根据轮齿浮动状态和轮齿啮合相位浮动，其上下限为最大最小圆周侧隙。$\sum A_{ste}$ 为端面齿厚上偏差之和，$\sum A_{ste} = \dfrac{A_{sne1} + A_{sne2}}{\cos\beta}$，$A_{sne1}$ 为啮合副其中一齿轮的上偏差，A_{sne2} 为啮合副另一齿轮的上偏差，β 为螺旋角；$\sum A_{sti}$ 为端面齿厚下偏差之和，$\sum A_{ste} = \dfrac{A_{sni1} + A_{sni2}}{\cos\beta}$，$A_{sni1}$ 为啮合副其中一齿轮的下偏差，A_{sni2} 为啮合副另一齿轮的下偏差。Δj_{F1} 表示齿轮 1 齿偏差产生的侧隙修正，Δj_{F2} 表示齿轮 2 轮齿偏差产生的侧隙修正，具体形式为 $\Delta j_{F1} = -\sqrt{\left(\dfrac{F_\beta}{\cos\alpha_t}\right)^2 + \left(\dfrac{F_f}{\cos\alpha_t}\right)^2 + f_{pt}^2}$，$F_\beta$ 为齿向偏差，F_f 为齿廓偏差，f_{pt} 为单个齿距偏差，$\alpha_t = \arctan\left(\dfrac{\tan\alpha_n}{\cos\beta}\right)$ 为端面压力角；Δj_B 表示尺寸链的尺寸和形位偏差导致的侧隙修正，标准中采用估计法得到，采取轮齿径向跳动造成的圆周侧隙，即 $\Delta j_B = -\sqrt{\left(\dfrac{F_{i1}''}{2\tan\alpha_t}\right)^2 + \left(\dfrac{F_{i2}''}{2\tan\alpha_t}\right)^2}$，$F_{i1}''$ 表示齿轮 1 的径向跳动，F_{i2}'' 表示齿轮 2 的径向跳动。基于此，获得齿轮最大、最小圆周侧隙计算公式，平均圆周侧隙采用二者平均值表示。对比最小圆周侧隙、最大圆周侧隙和平均圆周侧隙三类圆周侧隙测量参数的偏差分析结果，确定适合重齿行星齿轮系统的侧隙计算方式。

大型多级行星齿轮圆周侧隙经验公式计算所需各轮齿形状偏差设计值如表 4-6 所示，包括齿宽、压力角、螺旋角等设计参数和齿厚、齿距、齿向、齿廓、径向跳动等偏差参数。生产流程中各轮齿均检验这些参数并记录实测值。

中国知网 https://www.cnki.net

表 4-6 轮齿形状偏差设计值

Table 4-6 Design value of tooth shape deviation

	一级太阳轮 左旋 4-L	一级行星轮 右旋 7-R	二级行星轮 左旋 18-L	二级内齿圈 右旋 20-R
齿宽/mm	124	125	202.5	192.5
压力角/°	20	20	20	20
螺旋角/°	29.35	29.35	29.35	29.35
齿厚下限/mm	-0.202	-0.221	-0.221	-0.283
齿厚上限/mm	-0.173	-0.173	-0.184	-0.233
单齿齿距/mm	0.0044	0.0048	0.0044	0.0075
齿向偏差/mm	0.0065	0.007	0.0075	0.012
齿廓偏差/mm	0.007	0.008	0.007	0.012
径向跳动/mm	0	0.03	0.025	0.005

4.2.2 计算结果分析及精度验证

对于设计数据的分析结果，采用合格率指标评价三种圆周侧隙计算方法的有效性，一级齿轮圆周侧隙的设计要求上限为 0.543，下限为 0.396，二级齿轮圆周侧隙设计要求上限为 0.647，下限为 0.422。三种圆周侧隙计算方法合格率如表 4-7 所示，可知采用最大圆周侧隙计算方法的合格率最高，因此后续数据分析中均采用最大圆周侧隙计算结果。推测最大圆周侧隙较为符合预期的原因是实际圆周侧隙测量中根据工艺要求需要转动齿轮使得当前侧隙在可动范围内尽量大。

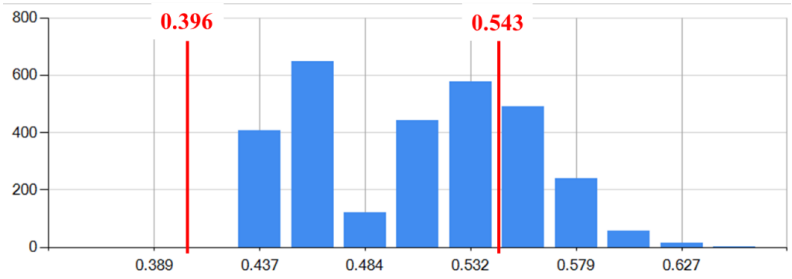
对于以最大圆周侧隙偏差为目标特征的多级行星轮传动系统的设计数据分析，采用目标特征合格率作为模型精度验证评价指标。一级、二级行星齿轮最大圆周侧隙偏差分布如图 4-9 所示，圆周侧隙偏差基本分布在设计要求上下限内，其中一级齿轮圆周侧隙合格率达 71.4%，二级齿轮圆周侧隙合格率为 63.9%。齿轮箱的设计数据经过多年迭代，按照设计公差制造得到的装配体的圆周侧隙基本上处于合格区间。偏差分析所预估的圆周侧隙分布具有合适的合格率，验证了该偏差分析方法具有高精度。

中国知网 https://www.cnki.net

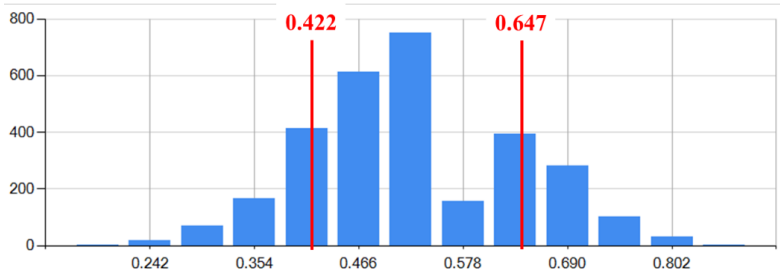
表 4-7 圆周侧隙计算方法对比

Table 4-7 Design value of tooth shape deviation

计算方法	合格率	
	一级行星	二级行星
最小圆周侧隙	0	0
最大圆周侧隙	71.4%	63.9%
平均圆周侧隙	69.7%	52.5%



(a) 一级齿轮圆周侧隙偏差分布



(b) 二级齿轮圆周侧隙偏差分布

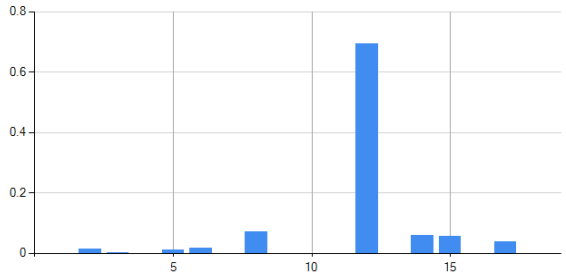
图 4-9 圆周侧隙偏差分析结果分布及其合格率

Fig. 4-9 Distribution and the passing rate of backlash deviation analysis results

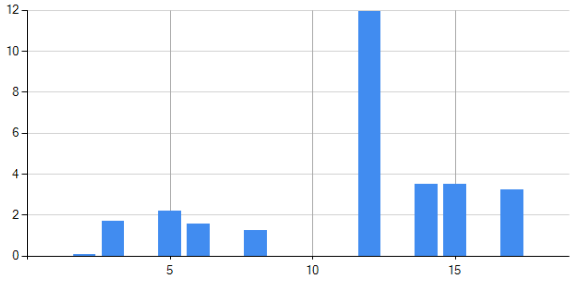
采用最大圆周侧隙表征齿轮系统圆周侧隙，基于所建偏差分析模型，分别计算偏差传递关系中各个公差对圆周侧隙的贡献度与敏感度，为关键特征公差的调整与圆周侧隙的控制提供依据。一级传动链中各公差对一级行星轮圆周侧隙的贡献度与敏感度如图 4-10 所示。图中第 12 个特征即输入轴虚拟箱体安装处的圆跳动对圆周侧隙的贡献度与敏感度均最大，分别为 0.703 与 11.926，即此处圆跳动公差对行星轮圆周侧隙形成的贡献量最大，且公差改变对圆周侧隙的影响最大。由于此处贡献度与敏感度均较大，因此降低此处圆跳动公差范围对行星轮圆周侧隙的控制有积极意义。而图示第 1、2、4、7、9、10、11、13、16、18 个特征对

中国知网 https://www.cnki.net

圆周侧隙的贡献度与敏感度均较小，因此公差分配过程中适当提高此处公差范围，有利于控制行星轮的圆周侧隙。



(a) 一级行星轮圆周侧隙贡献度



(b) 一级行星轮圆周侧隙敏感度

图 4-10 一级啮合副圆周侧隙偏差分析贡献度及敏感度

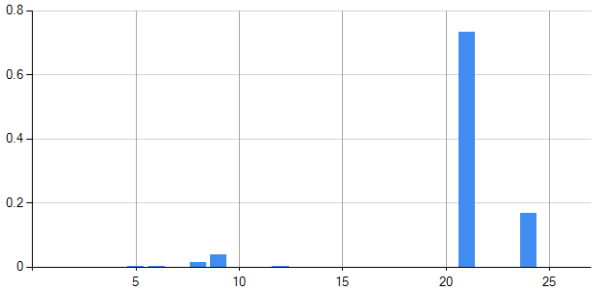
Fig. 4-10 Contribution and sensitivity of 1st stage backlash deviation analysis

二级传动链中各特征对二级行星轮圆周侧隙的贡献度与敏感度如图 4-11 所示。图中第 21 个特征即二级浮动齿圈花键处的圆跳动对圆周侧隙的贡献度与敏感度均最大，分别为 0.777 与 11.507，即此处圆跳动公差对行星轮圆周侧隙形成的贡献量最大，且公差改变对圆周侧隙的影响最大。此外，第 24 个特征及二级组合齿圈 A 齿的圆跳动对圆周侧隙的贡献度于敏感度也较大，分别为 0.165 和 5.352，因此降低两处圆跳动公差范围对行星轮圆周侧隙的控制有积极意义。而图示第 1-4、7、10-20、22、23、25、26 特征对圆周侧隙的贡献度与敏感度均较小，因此公差分配过程中提高此处公差范围，有利于控制行星轮的圆周侧隙。

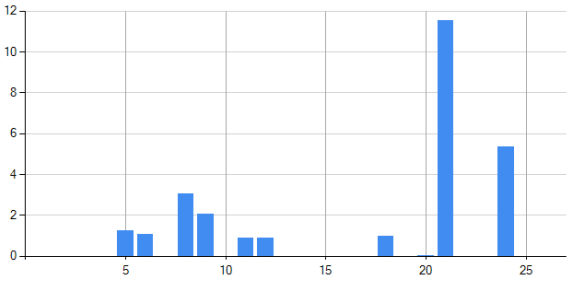
收集编号为 A001 至 A008 共 8 套实测零件公差数据，取代设计数据计算一级和二级圆周侧隙分布，与相应实测圆周侧隙对比计算相对误差，结果如表 4-8 所示，可以看出齿轮传动系统一级、二级齿隙偏差均值与实测值的平均相对误差在 15%以下。由于 A001 齿轮系统为试制且检验有数据缺失，因此在平均值统计时未考虑该组数据。由该 8 套实测数据验证可初步判断所提方法的圆周侧隙预估

中国知网 https://www.cnki.net

准确率为 85%以上。



(a) 二级行星轮圆周侧隙贡献度



(b) 二级行星轮圆周侧隙敏感度

图 4-11 二级啮合副圆周侧隙偏差分析贡献度及敏感度

Fig. 4-11 Contribution and sensitivity of 2nd stage backlash deviation analysis

表 4-8 各齿轮系统齿隙预测均值与实测值对比

Table 4-8 Comparison of the predicted average value of backlash with the measured value

编号	齿隙实测值		齿隙预测值		相对误差	
	一级	二级	一级	二级	一级	二级
A001	0.476	0.764	0.49	0.489	2.94%	35.99%
A002	0.466	0.618	0.497	0.534	6.65%	13.59%
A003	0.438	0.548	0.483	0.519	10.27%	5.29%
A004	0.41	0.468	0.479	0.504	16.83%	7.69%
A005	0.41	0.466	0.496	0.504	20.98%	8.15%
A006	0.407	0.467	0.473	0.515	16.22%	10.28%
A007	0.407	0.467	0.475	0.511	16.71%	9.42%
A008	0.4086	0.4673	0.505	0.511	23.59%	9.35%
平均相对误差					14.27%	12.47%

中国知网 https://www.cnki.net

4.3 啮合副接触斑点偏差分析与验证

接触斑点是齿轮传动系统的装配检验工艺中的重要一环。接触斑点反映了一对啮合齿轮的接触是否良好，经过试验工装接触斑点检验和试车台接触斑点检验，若出现齿宽方向或齿高方向接触面积未达到规定值以上，则说明该对啮合齿轮接触不良。一旦出现接触斑点不达标，则需要重复返工修磨任一齿轮，直到两齿轮恰好能相互良好啮合。该修磨步骤耗费大量时间，是提高生产效率必须要优化的工艺步骤。应用偏差分析装配仿真平台和有限元仿真，能够通过仿真含偏差齿轮传动系统装配体的齿轮啮合并获取接触斑点仿真结果。该结果能够有效指明是否需要修磨以及指导修磨方案，从而减少修磨次数，提升生产效率。

齿轮接触面积不达标的原因包括齿面几何轮廓误差和装配体误差，其中装配体误差由装配体尺寸链保证。偏差分析能够获得任意一对啮合轮齿六自由度轴线偏差、平行度偏差、中心距偏差。由装配体偏差分析获得轴线偏差后，通过齿轮接触仿真获得轴线偏差下啮合齿轮的接触情况，与装配体齿轮着色检验结果进行对比，验证偏差分析的准确性，使得偏差分析能够取代一部分齿轮着色工艺，预测装配体齿轮副啮合质量和三维啮合情况，指导齿轮修磨。

4.3.1 含偏差啮合副接触斑点有限元仿真

偏差分析所用数据为 8 台《零件检验记录表》实测公差数据，装配体编号 A001、A002、A003、A004、A005、A006、A007、A008。根据 4.1 节蒙特卡罗仿真结果，获取啮合副两特征相对的“x 轴平动”、“y 轴平动”、“z 轴平动”、“x 轴转动”、“y 轴转动”、“z 轴转动”轮齿轴线相对偏差测量结果$u,v,w,\alpha,\beta,\gamma$。记录结果的 6σ 获取轮齿轴线偏差波动范围的上限，结果如表 4-9。仿真样本中的偏差位于$\pm6\sigma$范围内，取该上限作为有限元仿真输入则能够保证考虑最坏情况。

表 4-9 各装配体轮齿轴线偏差仿真结果 3σ 值

Table 4-9 The simulation results' 3-σ values of the teeth axis deviation

编号	一级行星-一级太阳轮轴线偏差 3σ						二级行星-二级内齿圈轴线偏差 3σ					
	u	v	w	α	β	γ	u	v	w	α	β	γ
A001	0.223	0.224	0.046	0	0	0	0.356	-0.353	0.043	-0.002	0.002	0
A002	0.244	-0.24	0	0	0	0	0.6	0.597	0	0.003	0.003	0
A003	-0.193	0.19	0	0	0	0	0.498	-0.508	0	0.002	-0.002	0

中国知网 https://www.cnki.net

A004	-0.187	0.18	0	0	0	0	-0.277	0.276	0	-0.002	0.002	0
A005	0.243	0.236	0	0	0	0	0.281	0.28	0	0.002	-0.002	0
A006	-0.165	-0.165	0	0	0	0	-0.229	-0.229	0	0.001	0.001	0
A007	0.172	0.171	0	0	0	0	0.257	0.256	0	-0.001	-0.001	0
A008	0.273	-0.261	0	0	0	0	-0.255	0.258	0	0.001	0.001	0

4.3.2 仿真结果分析及精度验证

仿真分析过程中根据计算所得的偏差调整从动轮的初始空间位姿。在 Abaqus 仿真平台中根据齿轮接触情况设置接触对、接触主从面与转动约束条件，开展齿轮啮合的静力学仿真，仿真模型如图 4-12 所示。在 Matlab 平台中调用 Abaqus 的 python 接口，实现不同偏差下齿轮啮合接触的批量仿真生成与数据处理。提取齿轮接触面（从面）网格点在啮合过程中与目标主面的距离的最小值，并通过判断网格点的最小接触距离是否小于阈值作为判断是否接触的依据在图中进行标记，最后通过计算标记点在齿宽和齿高方向的数量占比得到拟合过程中齿宽和齿高方向的接触面积比例。

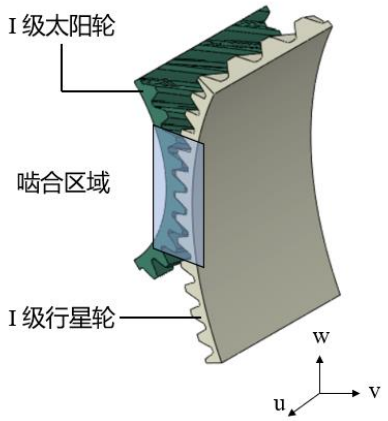


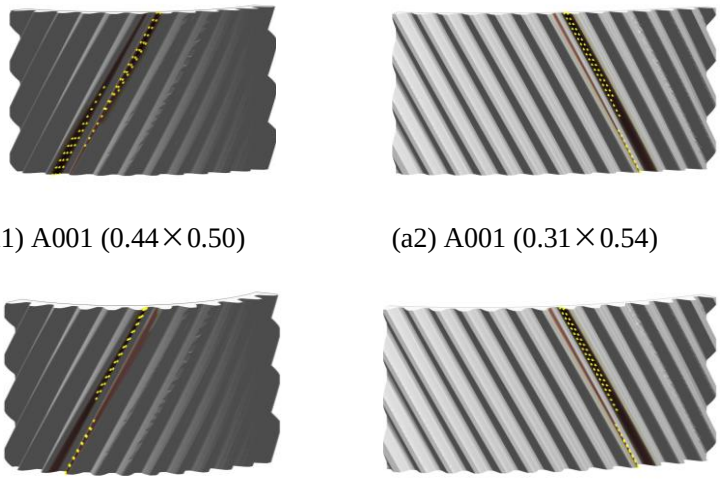
图 4-12 啮合接触仿真示意图

Fig. 4-12 Contact pattern simulation

一级和二级行星部分仿真结果对应的接触点分布情况如图 4-13 和图 4-14 所示。改变齿轮转动的方向能够在每个轮齿上得到前进和后退两个方向的接触斑点，由于行星齿轮系统主要沿正转方向传动，且实测结果中也仅有前进方向接触斑点长宽，故仅研究前进方向接触斑点。图中黄色斑点代表接触区域，由于轮齿轴线有方向和位置偏差，两啮合轮齿不能按照理想位置啮合，导致接触区域仅为部分

中国知网 https://www.cnki.net

齿面并且偏向齿宽一边。根据偏差不同，接触面积在齿宽和齿高方向的占比不同。此现象符合实际齿面接触斑点监测工艺的结果。

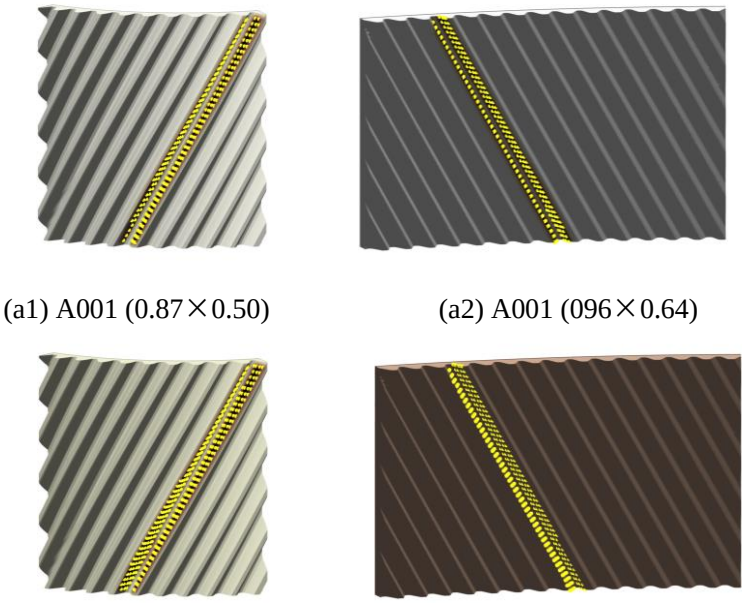


(a1) A001 (0.44×0.50)　　(a2) A001 (0.31×0.54)

(b1) A002 (0.65×0.50)　　(b2) A002 (0.53×0.45)

图 4-13 一级行星齿轮啮合接触点分布仿真结果

Fig. 4-13 Distribution of primary planetary gear contact pattern



(a1) A001 (0.87×0.50)　　(a2) A001 (096×0.64)

(b1) A002 (0.91×0.67)　　(b2) A002 (0.92×0.64)

图 4-14 一级行星齿轮啮合接触点分布仿真结果

Fig. 4-14 Distribution of primary planetary gear contact pattern

记录所有 8 套装配体数据的仿真结果的接触斑点齿宽及齿厚方向面积占比，

中国知网　https://www.cnki.net

得到一级行星齿轮和二级行星齿轮啮合接触占分别比如表 4-10 和表 4-11 所示，和 8 套装配体实测接触斑点占比值对比，计算得到仿真结果和实测结果相对误差。所有接触面积占比的相对误差在 15%以下，验证该偏差分析结果和有限元仿真结果的综合准确度达 85%以上。仿真结果能较好反映装配偏差的微小改变对齿轮啮合情况产生的影响，体现出装配偏差在齿轮啮合中的重要作用。上述流程建立了考虑轮齿轴线装配偏差的齿轮接触斑点仿真模型，实现了 8 套行星齿轮箱实测装配偏差数据的装配仿真和接触斑点预测，得到不同装配偏差下齿轮啮合接触面积和偏向等结果。

表 4-10 一级行星齿轮啮合接触面积占比

Table 4-10 Percentage of contact area of primary planetary gears

编号	太阳轮接触占比[%]		行星轮接触占比[%]	
	齿宽方向	齿厚方向	齿宽方向	齿厚方向
A001	0.435	0.5	0.313	0.545
A002	0.652	0.5	0.531	0.455
A003	0.957	0.583	0.969	0.636
A004	0.783	0.5	0.469	0.545
A005	0.696	0.583	0.656	0.545
A006	0.957	0.583	0.969	0.636
A007	0.783	0.5	0.813	0.455
A008	0.478	0.5	0.594	0.455
相对误差	13.20%	12.46%	13.78%	13.68%

表 4-11 二级行星齿轮啮合接触面积占比

Table 4-11 Percentage of contact area of secondary planetary gears

编号	太阳轮接触占比[%]		行星轮接触占比[%]	
	齿宽方向	齿厚方向	齿宽方向	齿厚方向
A001	0.870	0.500	0.958	0.643
A002	0.913	0.667	0.917	0.643
A003	0.891	0.667	0.917	0.643
A004	0.413	0.417	0.042	0.143
A005	0.848	0.667	0.938	0.429

中国知网 https://www.cnki.net

A006	0.804	0.667	0.833	0.429
A007	0.870	0.667	0.792	0.500
A008	0.0	0.0	0.271	0.429
相对误差	13.86%	16.36%	14.47%	14.36%

4.4 齿轮系统串并联偏差分析软件平台开发

基于 C++语言，开发了包括软件界面、偏差特征输入、偏差分析、报告输出等一系列功能的大型齿轮系统动力传动装置偏差分析软件平台。偏差分析软件从外部导入零件三维模型，建立实际装配涉及的零件和特征，在添加特征装配关系形成装配树后，设置测量目标对象即可执行仿真计算。程序的架构主要包括用户输入模块、偏差算法执行模块和后处理分析模块，其中用户输入模块包括零件特征列表输入、装配关系读取和测量对象设置；偏差算法执行模块包括偏差源的蒙特卡罗模拟旋量样本的生成、描述偏差传递关系的位姿关系建立和测量对象的计算程序；后处理分析模块包括测量特征的统计分析和偏差的敏感度贡献度计算溯源。图 4-15 为软件平台主界面，中间 3D 视图用于查看 CAD 模型，上方菜单栏和工具栏用于调整界面和分析指令，左侧装配零件树用于保存和查看零件特征和装配关系信息，右侧模型列表用于管理导入的 CAD 文件，右下拾取窗口用于选择拾取模式。

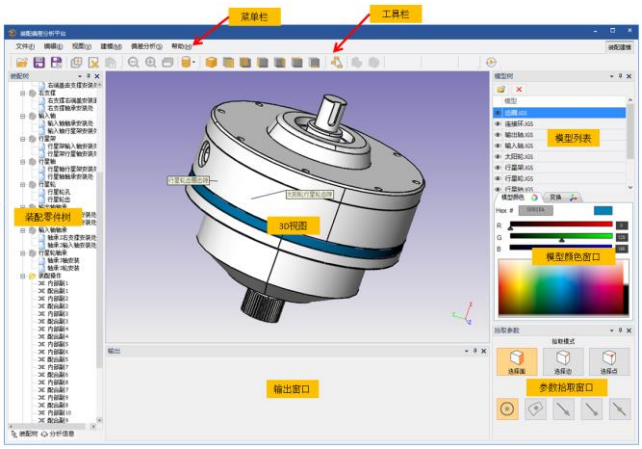


图 4-15 软件平台主界面

Fig. 4-15 Software main interface

中国知网 https://www.cnki.net

图 4-16 为特征公差输入界面，需要输入特征中心坐标和局部坐标轴向量，指定特征类型尺寸以及所标注公差等。图 4-17 为装配结构图，能够显示特征间装配和公差标注关系，用于检查建模关系是否符合实际装配体。

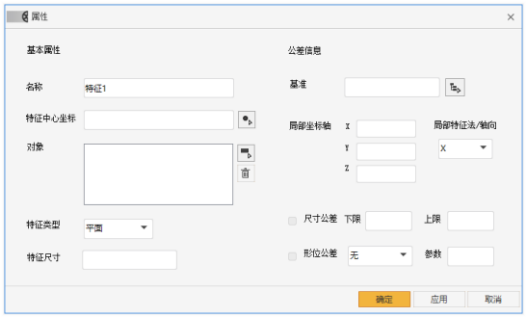


图 4-16 特征公差输入界面

Fig. 4-16 Feature tolerance input

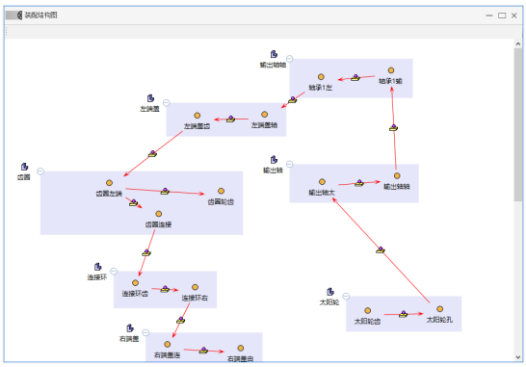


图 4-17 装配结构图

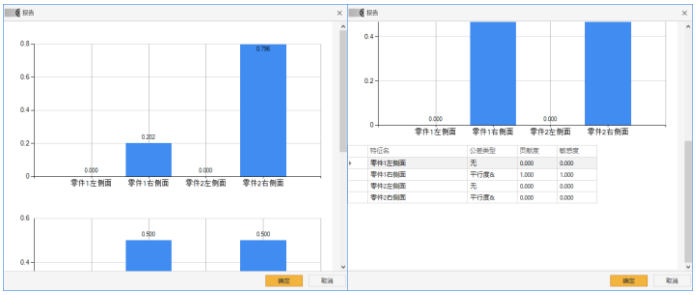
Fig. 4-17 Assembly structure diagram

图 4-18 为软件平台结果报告输出，包括仿真结果分布报告和敏感度贡献度分析报告。分布报告中柱状图显示所有蒙特卡罗仿真的统计分布，并在下方表格中显示偏差传递路径中的公差。敏感度贡献度报告基于模型分析，能显示目标偏差对特征公差的变动敏感度以及影响目标偏差的所有公差的贡献占比，并在下方表格中显示具体特征的名称和敏感度贡献度数值。

中国知网 https://www.cnki.net



(a) 仿真结果分布报告



(b) 敏感度贡献度分析报告

图 4-18 软件平台报告输出

Fig. 4-18 Report output of the software

4.5 本章小结

针对大型多级行星齿轮系统偏差分析实际应用需求，本章应用所提出的串并联装配偏差分析方法，给出了一种规范格式整理了大型多级行星齿轮系统的设计数据，验证了偏差传递计算过程所有位姿关系图均为树状协调关系，计算了啮合副两轮齿中心距和轴线偏角分布，结果与经典串联方法差异显著；提出了一种结合偏差分析的圆周侧隙经验公式计算方法并计算获得啮合副圆周侧隙统计分布，发现最大圆周侧隙公式结果更符合设计预期；结合偏差分析和有限元仿真方法，根据实测零件数据预测了轮齿啮合接触斑点的齿宽和齿高方向面积占比，由圆周侧隙和接触斑点实测结果综合验证了方法计算精度达 85%以上；将本文所提方法形成装配仿真软件平台的齿轮系统偏差分析模块，实现用户交互和报告输出，提供该算法在解决工程问题时通用性。

中国知网 https://www.cnki.net

中国知网 https://www.cnki.net

第五章 结论与展望

5.1 主要研究结论

针对大型多级行星齿轮系统偏差分析组合公差和串并联装配关系难题，提出完整的偏差分析方法，实现制造偏差表征，装配关系表征、偏差传递计算和公差敏感度溯源。基于小位移旋量制造偏差表达和蒙特卡罗统计仿真方法，考虑组合公差的多公差域耦合约束，建立齿轮系统所有几何特征类型的公差表征模型，并讨论组合公差的影响。基于偏差传递矩阵模型，考虑实际装配工艺的装配顺序和主次接触关系，建立齿轮系统串并联装配关系的通用表征模型和通用偏差传递计算方法，并分析其与现有方法的精度和公差敏感度的区别。最后应用所提方法分析了大型多级行星齿轮系统中零件制造偏差对齿侧间隙和接触斑点的偏差传递，并通过实测数据验证偏差分析准确度，所提方法形成通用的齿轮系统偏差分析软件平台。经验证，所提出偏差分析方法对于大型多级行星齿轮系统的圆周侧隙和接触斑点预测具有 85%以上的准确度。主要结论如下：

（1）建立大型多级行星齿轮系统组合公差偏差表征模型：基于 SDT 模型建立圆柱特征和平面特征的六自由度变动制造偏差表征模型，表达装配中零件制造偏差的影响；提出多不等式约束定义，实现圆柱和平面特征的组合公差域完整数学表征；应用蒙特卡罗统计仿真方法实现模拟随机制造偏差；揭示组合公差检验约束下的偏差 SDT 分量分布规律。解决了现有 SDT 模型能表征的制造偏差种类不足、组合公差表征困难的问题，实现了齿轮系统偏差分析所需的所有制造偏差的统一表征，为偏差传递计算和偏差分析提供了输入数据基础。

（2）建立考虑装配顺序和接触关系的大型多级行星齿轮系统装配偏差传递计算模型：分类分析了齿轮系统的装配接触关系，指出装配顺序对复杂串并联装配关系表征的重要作用；提出装配步和主次接触副定义，实现了串并联装配关系的统一表征；考虑装配顺序和坐标变换的位姿定位协调条件，建立零件内部特征变换阵和零件间主接触副变换阵的计算模型和次要接触副的间隙计算模型，实现了复杂串并联装配关系的偏差传递计算；应用所提方法进行实例分析，验证偏差传递计算可行性，对比已有方法的偏差传递计算结果及敏感度分析，所提方法能够考虑并联装配关系中的所有零件特征波动以及次要接触面的倾斜，对比与 CAD 模拟装配结果，所提方法相对于矩阵方法和雅可比旋量方法等串联方法具

中国知网 https://www.cnki.net

有更高的计算精度。

（3）实现大型多级行星齿轮系统偏差分析并验证方法准确度：应用所提出的串并联装配偏差分析方法实现大型多级行星齿轮系统设计数据的建模分析，验证了偏差传递计算过程所有位姿关系图均为树状协调关系，计算了啮合副两轮齿中心距和轴线偏角分布，结果与经典串联方法差异显著；提出了结合偏差分析的圆周侧隙经验公式计算方法并计算获得啮合副圆周侧隙统计分布，发现最大圆周侧隙公式结果更符合设计预期；结合偏差分析和有限元仿真方法预测轮齿啮合接触斑点的齿宽和齿高方向面积占比，对比实测结果验证方法计算精度达 85%以上；将本文所提方法形成装配仿真软件平台的齿轮系统偏差分析模块，实现用户交互和报告输出。

5.2 研究展望

针对齿轮系统偏差分析的组合公差、串并联问题提供新的偏差分析方法，能够准确预测齿侧间隙和接触斑点，在试装配前预估该设计公差约束是否能保证装配精度，指导设计生产，适应较复杂的对象并具有较高的计算准确度。然而实际生产有更加复杂的质量控制和修磨工艺，本文方法未能完全满足其应用需求，未来可从以下几方面开展更深入的研究：

（1）所提偏差分析方法基于刚性假设，所有建模分析均假设装配体静态空载无视重力，此时偏差来源仅为制造偏差。装配体试车台检验状态下，重力导致零件承力变形，并且接触表面也会有局部的接触变形。考虑受力变形和接触变形及其与制造偏差传递的耦合效应，有助于进一步提升齿轮系统偏差分析的准确度。

（2）虽然实现了圆周侧隙和接触斑点的准确预估，并通过实测数据验证了准确度，但是未能给超差产品修磨提供定量指导。参考现有修磨工艺，根据偏差分析的六自由度偏差结果和齿面制造误差的进一步表征，实现修磨三维参数的计算，能简化超差装配体的修磨和试装配过程，提高生产效率，减少人工经验依赖。

（3）在装配仿真建模中假设两部件相对定位后不发生相对移动，然而实际上装配中由于受力、间隙、热膨胀等因素影响，装配定位后两相对定位的部件仍然会发生相对移动，即自由浮动，特别是大型行星齿轮系统中含有大量花键装配和浮动太阳轮等浮动装配。本文未能考虑自由浮动对装配体装配偏差的影响。制造偏差、受力变形、热膨胀和自由浮动等因素相互耦合影响最终装配体偏差，深入研究该过程有利于更准确的偏差仿真和偏差溯源及控制。

中国知网 https://www.cnki.net

参 考 文 献

[1] CAO Y, LIU T, YANG J. A comprehensive review of tolerance analysis models [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 97(5): 3055-85.

[2] CHEN H, JIN S, LI Z, et al. A comprehensive study of three dimensional tolerance analysis methods [J]. Computer-Aided Design, 2014, 53: 1-13.

[3] GAO J, CHASE K W, MAGLEBY S P. Generalized 3-D tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments [J]. IIE transactions, 1998, 30(4): 367-77.

[4] GLANCY C G, CHASE K W. A second-order method for assembly tolerance analysis [C]. Proceedings of the International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. American Society of Mechanical Engineers, 1999: 977-984.

[5] CHASE K W, GAO J, MAGLEBY S P, et al. Including geometric feature variations in tolerance analysis of mechanical assemblies [J]. IIE transactions, 1996, 28(10): 795-807.

[6] 余觉, 赵勇, 牛书峰, et al. 直接线性化方法及其在液体火箭发动机管路装配中的应用 [J]. 上海交通大学学报, 2016, 50(06): 957-62.

[7] 唐健钧, 田锡天, 耿俊浩, et al. 基于多维矢量环的装配偏差源敏感度分析 [J]. 机械工程学报, 2015, 51(17): 156-61.

[8] IMANI B M, POUR M. Tolerance analysis of flexible kinematic mechanism using DLM method [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(2): 445-56.

[9] DESROCHERS A, CLéMENT A. A dimensioning and tolerancing assistance model for CAD/CAM systems [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1994, 9(6): 352-61.

[10] BOURDET P, CLEMENT A. A study of optimal-criteria identification based on the small-displacement screw model [J]. CIRP Annals, 1988, 37(1): 503-6.

[11] DESROCHERS A, RIVIèRE A. A matrix approach to the representation of tolerance zones and clearances [J]. The International Journal of Advanced

中国知网 https://www.cnki.net

Manufacturing Technology, 1997, 13(9): 630-6.

[12]LAPERRIèRE L, GHIE W, DESROCHERS A. Statistical and deterministic tolerance analysis and synthesis using a unified jacobian-torsor model [J]. CIRP Annals, 2002, 51(1): 417-20.

[13]DESROCHERS A, GHIE W, LAPERRIE`RE L. Application of a unified jacobian—torsor model for tolerance analysis [J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2003, 3(1): 2-14.

[14]GHIE W, LAPERRIèRE L, DESROCHERS A. Statistical tolerance analysis using the unified Jacobian–Torsor model [J]. International Journal of Production Research, 2010, 48(15): 4609-30.

[15]DANTAN J-Y, BALLU A, MATHIEU L. Geometrical product specifications — model for product life cycle [J]. Computer-Aided Design, 2008, 40(4): 493-501.

[16]BALLU A, MATHIEU L, DANTAN J-Y. Formal language for geospelling [J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2015, 15(2): 1-18.

[17]YAN X, BALLU A. Tolerance analysis using skin model shapes and linear complementarity conditions [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2018, 48: 140-56.

[18]SCHLEICH B, ANWER N, MATHIEU L, et al. Skin model shapes: A new paradigm shift for geometric variations modelling in mechanical engineering [J]. Computer-Aided Design, 2014, 50: 1-15.

[19]DANTAN J-Y. Comparison of skin model representations and tooth contact analysis techniques for gear tolerance analysis [J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2015, 15(2).

[20]SCHLEICH B, WARTZACK S. Tolerance analysis of rotating mechanism based on skin model shapes in discrete geometry [J]. Procedia CIRP, 2015, 27: 10-5.

[21]SHAO N, DING X, LIU J. Tolerance analysis of spur gears based on skin model shapes and a boundary element method [J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 144: 103658.

[22]ZHANG M, SHI Z, MATHIEU L, et al. Geometric product specification of gears: the geospelling perspective [J]. Procedia CIRP, 2015, 27: 90-6.

[23]刘婷. 基于肤面模型的装配误差分析方法研究 [D]; 浙江大学, 2019.

中国知网 https://www.cnki.net

[24] YI Y, LIU X, LIU T, et al. A generic integrated approach of assembly tolerance analysis based on skin model shapes [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2020, 235(4): 689-704.

[25] CHEN H, JIN S, LI Z, et al. A solution of partial parallel connections for the unified Jacobian–Torsor model [J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 91: 39-49.

[26] 吕程, 刘子建, 艾彦迪, et al. 多公差耦合装配结合面误差建模与公差优化设计 [J]. 机械工程学报, 2015, 51(18): 108-18.

[27] 王移风, 曹衍龙, 徐旭松, et al. 基于 SDT 的三维公差域建模方法研究 [J]. 中国机械工程, 2012, 23(07): 844-6+80.

[28] 吴常林, 黄美发, 程彬彬, et al. 基于雅可比旋量模型的装配体公差统计分析 [J]. 机械设计与研究, 2015, 31(06): 97-100.

[29] 姚思宇, 杜正春. 基于雅可比旋量的数控机床单轴综合误差建模 [J]. 机电一体化, 2016, 22(06): 36-41.

[30] 陈华, 林观生, 唐涛, et al. 一种新的矩阵公差模型约束条件建立和优化方法 [J]. 机械工程学报, 2016, 52(01): 123-9.

[31] 祝鹏, 余建波, 郑小云, et al. 机械装配过程的偏差传递网络建模与误差溯源 [J]. 浙江大学学报(工学版), 2019, 53(08): 1582-93.

[32] 陶俐言, 杨海斌. 基于改进引力搜索算法的公差多目标优化设计 [J]. 机械设计与研究, 2017, 33(02): 133-7.

[33] ARMILLOTTA A. Tolerance analysis of gear trains by static analogy [J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 135: 65-80.

[34] ZHANG C, DONG H, WANG D, et al. Tolerance synthesis for lost motion requirement of planetary gear train based on a mechanism model [J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 164: 104405.

[35] 黄康, 徐锐, 陈奇. 小位移旋量和响应面法相结合的齿轮公差分析模型构建方法 [J]. 西安交通大学学报, 2017, 51(09): 77-84+91.

[36] 张磊. 齿轮误差建模与应力分析研究 [D]; 湖南大学, 2014.

[37] ZHOU C, LIU Z, QIU C, et al. A quasi-monte carlo statistical three-dimensional tolerance analysis method of products based on edge sampling [J]. Assembly Automation, 2021, 41(4): 501-13.

中国知网 https://www.cnki.net

[38]LI M, WANG Y, SUN Q, et al. Assembly accuracy prediction and optimization of aero-engine rotor under the separation condition of assembly and measurement [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 120(5): 3103-12.

[39]ZHAO B, WANG Y, SUN Q, et al. Monomer model: an integrated characterization method of geometrical deviations for assembly accuracy analysis [J]. Assembly Automation, 2021, 41(4): 514-23.

[40]MU X, WANG Y, YUAN B, et al. A New assembly precision prediction method of aeroengine high-pressure rotor system considering manufacturing error and deformation of parts [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2021, 61: 112-24.

[41]LI C, HOU W. Analysis of Assembly Tolerance Based on Assembly Constraint Information Model [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2021, 2021: 7438966.

[42]易王画. 全回转推进器传动轴系装配公差优化设计 [D]; 华中科技大学, 2016.

[43]LI X L, LI G H, WANG J Y, et al. Three dimensional assembly tolerance analysis of gear drivetrain [J]. Advanced Materials Research, 2013, 655-657: 1656-61.

[44]POLINI W, CORRADO A. Geometric tolerance analysis through Jacobian model for rigid assemblies with translational deviations [J]. Assembly Automation, 2016, 36(1): 72-9.

[45]JIAN L, YAN R, HONGWEI W, et al. A tolerance analysis method for complex mechanical products based on meta-action unit [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2021, 117(5): 1377-93.

[46]LIN K-S, CHAN K-Y, LEE J-J. Kinematic error analysis and tolerance allocation of cycloidal gear reducers [J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 124: 73-91.

[47]SCHLEICH B, WARTZACK S. A discrete geometry approach for tolerance analysis of mechanism [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 77: 148-63.

[48]ZHENBO G, JING W, YANLONG C, et al. Automatic generation of 3d assembly dimension chain based on feature model [J]. Procedia CIRP, 2016, 43: 70-5.

[49]王恒, 宁汝新, 唐承统. 三维装配尺寸链的自动生成 [J]. 机械工程学报, 2005, (06): 181-7.

[50]郭崇颖, 刘检华, 唐承统, et al. 基于图论的装配尺寸链自动生成技术 [J]. 计

中国知网 https://www.cnki.net

算机集成制造系统, 2014, 20(12): 2980-90.

[51]鲍强伟, 樊友高, 丁晓宇, et al. 基于信息单元的装配尺寸链自动生成技术 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2016, 28(11): 1989-99.

[52]郑素娟, 黄美发, 张奎奎, et al. 基于装配约束的尺寸链自动生成方法 [J]. 机械设计与研究, 2017, 33(02): 122-8.

[53]季忠齐, 童若锋, 林兰芬, et al. 基于图论和启发式搜索的装配序列规划算法 [J]. 计算机工程, 2003, (13): 115-7.

[54]邢彦锋, 金隼, 周江奇, et al. 基于关联图的车身零件装配序列规划 [J]. 汽车工程, 2006, (02): 190-3.

[55]邢彦锋, 来新民, 金隼, et al. 改进遗传算法在装配操作优化中的应用 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, (10): 1298-302.

[56]杨光, 王成恩, 马明旭, et al. 基于图论的产品拆卸顺序规划 [J]. 机械设计与研究, 2016, 32(05): 92-5.

[57]ZENG W, RAO Y, WANG P, et al. A solution of worst-case tolerance analysis for partial parallel chains based on the Unified Jacobian-Torsor model [J]. Precision Engineering, 2017, 47: 276-91.

[58]DING S, ZHENG X. Variation analysis considering the partial parallel connection in aero-engine rotor assembly [J]. Energies, 2022, 15(12).

[59]JIN S, DING S, LI Z, et al. Point-based solution using jacobian-torsor theory into partial parallel chains for revolving components assembly [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2018, 46: 46-58.

[60]LIU T, ZHAO Q, CAO Y, et al. A generic approach for analysis of mechanical assembly [J]. Precision Engineering, 2018, 54: 361-70.

[61]JAISHANKAR L N, DAVIDSON J K, SHAH J J. Tolerance analysis of parallel assemblies using tolerance-maps® and a functional map derived from induced deformations [Z]. ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. 2013.10.1115/DETC2013-12394

[62]GOUYOU D, LEDOUX Y, TEISSANDIER D, et al. Tolerance analysis of overconstrained and flexible assemblies by polytopes and finite element computations: application to a flange [J]. Research in Engineering Design, 2018,

中国知网 https://www.cnki.net

29(1): 55-66.

[63]ZHU Z, QIAO L. Analysis and control of assembly precision in different assembly sequences [J]. Procedia CIRP, 2015, 27: 117-23.

[64]GOKA E, HOMRI L, BEAUREPAIRE P, et al. Statistical tolerance analysis of over-constrained mechanical assemblies with form defects considering contact types [J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2019, 19(2).

[65]ANSELMETTI B. Generation of functional tolerancing based on positioning features [J]. Computer-Aided Design, 2006, 38(8): 902-19.

[66]GOETZ S, LECHNER T, SCHLEICH B. Computer-aided tolerance specification of preliminary designs based on variation analysis [J]. Procedia CIRP, 2022, 114: 203-8.

[67]LI B, ROY U. Relative positioning of toleranced polyhedral parts in an assembly [J]. IIE Transactions, 2001, 33(4): 323-36.

[68]丁淳. 渐开线齿轮的侧隙公式 [J]. 机械传动, 2004, (04): 28-32+71.

[69]胡顺. 齿轮副侧隙计算方法 [J]. 金属加工(冷加工), 2008, (04): 28-9.

[70]潘洪杰. 行星齿轮减速器系统传动精度的研究 [D]; 天津理工大学, 2010.

[71]董玉涛. 渐开线圆柱齿轮副侧隙的几何模型及公式 [J]. 机械传动, 2014, 38(09): 99-101.

[72]朱旺虎, 张丽华. 浅论齿轮副侧隙的计算校核及加工中的控制检验 [J]. 中国新技术新产品, 2017, (15): 46-7.

[73]曹代佳. RV 减速器关键零部件公差设计方法研究 [D]; 重庆大学, 2018.

[74]郝晓晗, 毛瑞卿, 王永强, et al. 渐开线圆柱齿轮副侧隙的计算 [J]. 拖拉机与农用运输车, 2018, 45(04): 48-52+7.

[75]BRUYèRE J, DANTAN J-Y, BIGOT R, et al. Statistical tolerance analysis of bevel gear by tooth contact analysis and Monte Carlo simulation [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(10): 1326-51.

[76]BRACCI A, GABICCINI M, ARTONI A, et al. Geometric contact pattern estimation for gear drives [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2009, 198(17): 1563-71.

[77]LIN C-H, FONG Z-H. Numerical tooth contact analysis of a bevel gear set by using

中国知网 https://www.cnki.net

measured tooth geometry data [J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 84: 1-24.

[78] SANCHEZ-MARIN F, ISERTE J L, RODA-CASANOVA V. Numerical tooth contact analysis of gear transmissions through the discretization and adaptive refinement of the contact surfaces [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 101: 75-94.

[79] 李轩. 有侧隙啮合摆线针轮行星传动接触特性分析及实验研究 [D]; 重庆大学, 2017.

[80] GUAN Y, FANG Z, YANG X, et al. Tooth contact analysis of crown gear coupling with misalignment [J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 126: 295-311.

[81] 徐琪超. 基于解析建模的面齿轮承载接触仿真分析 [D]; 西安科技大学, 2020.

[82] MU Y, LI W, FANG Z. Tooth surface modification method of face-milling spiral bevel gears with high contact ratio based on cutter blade profile correction [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 106(7): 3229-37.

[83] WANG C. Study on 3-D modification for reducing vibration of helical gear based on TCA technology, LTCA technology and system dynamics [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 146: 106991.

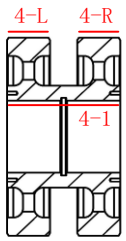
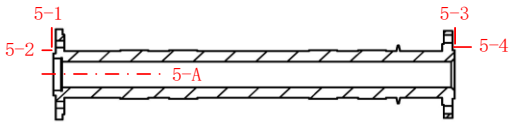
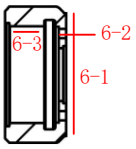
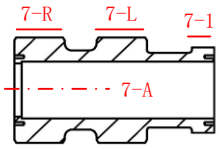
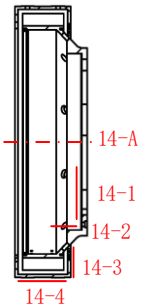
中国知网 https://www.cnki.net

中国知网 https://www.cnki.net

附 录

续表 4-1 零件特征序号表

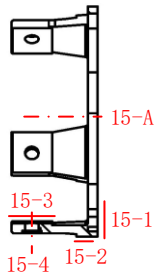
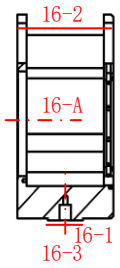
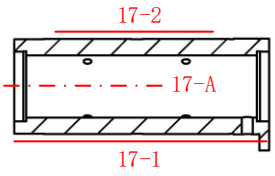
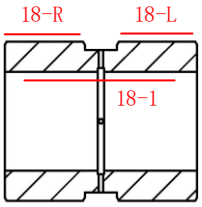
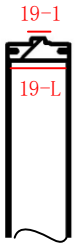
Table 4-1 (continued) Part-feature- number table

零件名	序号	零件特征示意图
一级行星轮	4	
3-1 行星轮孔；3-L 左旋齿；3-R 右旋齿（三个行星轮分别以 IP1、IP2、IP3 标注）		
输入轴	5	
5-A 基准 A；5-1 齿套安装法兰；5-2 齿套安装外圆；5-3 外接输入法兰；5-4 外接输入圆面		
一级太阳轮齿套	6	
6-1 输入轴安装面；6-2 输入轴安装内圆；6-3 太阳轮安装内齿		
一级太阳轮	7	
7-A 基准 A；7-L 左旋齿；7-R 右旋齿；7-1 齿套安装外齿		
二级隔振支架	14	
14-A 基准 A；14-1 二级行星架安装面；14-2 二级行星架安装内圆；14-3 箱体安装面；14-4 箱体安装外圆		

中国知网 https://www.cnki.net

上接续表 4-1 零件特征序号表

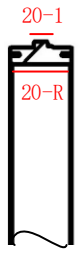
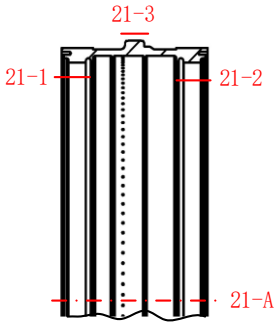
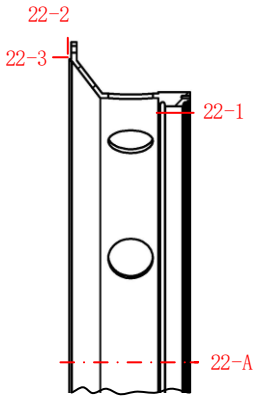
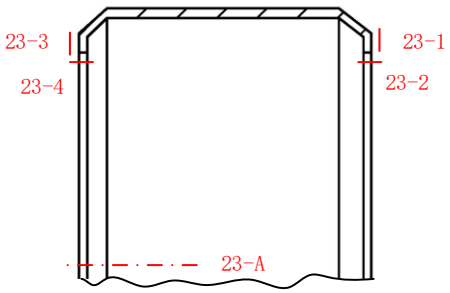
Table 4-1 (continued) Part-feature- number table

零件名	序号	零件特征示意图
二级行星架支架	15	
15-A 基准 A；15-1 隔振支架安装面；15-2 隔振支架安装外圆；15-3 行星架安装内圆；15-4 三销孔		
二级行星架	16	
16-A 基准 A；16-1 行星架支架安装外圆；16-2 行星架孔（五个孔 IP1、IP2、IP3、IP4、IP5）；16-3 三销孔		
二级行星轴	17	
17-A 基准 A；17-1 行星架安装面；17-2 行星轮轴承面（五个轴承分别以 IP1、IP2、IP3、IP4、IP5 标注）		
二级行星轮	18	
18-1 行星轮孔；18-L 左旋齿；18-R 右旋齿（五个行星轮分别以 IP1、IP2、IP3、IP4、IP5 标注）		
二级左旋内齿圈	19	
19-1 花键；19-L 左旋齿		

中国知网 https://www.cnki.net

上接续表 4-1 零件特征序号表

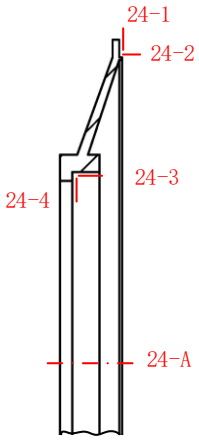
Table 4-1 (continued) Part-feature- number table

零件名	序号	零件特征示意图
二级右旋内齿圈	20	
20-1 花键；20-R 右旋齿		
二级组合齿圈	21	
21-A 基准 A；21-1 左旋齿圈安装花键；21-2 右旋齿圈安装花键；21-3 浮动齿圈安装花键		
二级浮动齿圈	22	
22-A 基准 A；22-1 组合齿圈安装花键；22-2 连接筒安装面；22-3 连接筒安装外圆		
连接筒	23	
23-A 基准 A；23-1 浮动齿圈安装面；23-2 浮动齿圈安装内圆；23-3 输出轴齿套安装面；23-4 输出轴齿套安装内圆		

中国知网 https://www.cnki.net

上接续表 4-1 零件特征序号表

Table 4-1 (continued) Part-feature- number table

<table>
<tr><td>零件名</td><td>序号</td><td>零件特征示意图</td></tr>
<tr><td>输出轴齿套</td><td>24</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td colspan="2">24-A 基准 A；24-1 连接筒安装面；24-2 连接筒安装外圆；24-3 输出轴安装花键；24-4 输出轴安装面</td></tr>
<tr><td>虚拟箱体</td><td>25</td><td rowspan="2">无</td></tr>
<tr><td colspan="2">25-A 基准 A；25-1 输入轴安装法兰面；25-2 输入轴安装内圆；25-3 输出轴支承内圆；25-4 二级隔振支架安装面；25-5 二级隔振支架安装内圆</td></tr>
<tr><td>一级行星架销</td><td>26</td><td rowspan="2">略</td></tr>
<tr><td colspan="2">26-1 输出轴安装端；26-2 行星架安装端</td></tr>
<tr><td>二级行星架销</td><td>27</td><td rowspan="2">略</td></tr>
<tr><td colspan="2">27-1 支架安装端；27-2 行星架安装端</td></tr>
</table>

中国知网 https://www.cnki.net

续表 4-2 特征公差标注

Table 4-2 (continued) Part-feature- number table

序号	被注特征	基准特征	公差类型	公差参数/mm	几何参数/mm
9	3-1	3-A	圆柱跳动	0.029	495
10	3-2	3-A	圆柱跳动	0.012	344
11	4-L	4-1	圆柱跳动	0.03	125
12	4-R	4-1	圆柱跳动	0.03	125
13	5-1	5-A	平面跳动	0.025	[270,270]
14	5-2	5-A	圆柱跳动	0.015	10
15	5-3	5-1	平面尺寸+平行度	[-0.015,0.025], 0.025	[270,270]
16	5-4	5-A	圆柱跳动	0.015	10
17	6-1	6-2	平面跳动	0.025	[270,270]
18	6-3	6-2	圆柱同轴度	0.01	79.5
19	7-1	7-A	圆柱跳动	0.02	250
20	7-L	7-A	圆柱跳动	0.01	124
21	7-R	7-A	圆柱跳动	0.01	124
22	14-1	14-A	平面跳动	0.05	[1400,1400]
23	14-2	14-A	圆柱跳动	0.02	120
24	14-3	14-A	平面跳动	0.06	[2140,2140]
25	14-4	14-A	圆柱跳动	0.06	365
26	15-1	15-A	平面跳动	0.05	[1400,1400]
27	15-2	15-A	圆柱跳动	0.03	120
28	15-3	15-A	圆柱跳动	0.025	240
29	15-4	15-A	平面跳动	0.02	[1240,1240]
30	16-1	16-A	圆柱跳动	0.025	240
31	16-2	16-A	圆柱位置度+平行度	0.035, 0.02	660
32	16-3	16-A	平面跳动	0.02	[1240,1240]
33	17-1	17-A	圆柱跳动	0.015	654
34	17-2	17-A	圆柱跳动	0.015	500

中国知网 https://www.cnki.net

上接续表 4-2 特征公差标注

Table 4-2 (continued) Part-feature- number table

序号	被注特征	基准特征	公差类型	公差参数/mm	几何参数/mm
35	18-L	18-1	圆柱跳动	0.025	202.5
36	18-R	18-1	圆柱跳动	0.025	202
37	19-L	19-1	圆柱跳动	0.05	192.5
38	20-R	20-1	圆柱跳动	0.05	192.5
39	21-1	21-A	圆柱跳动	0.05	44
40	21-2	21-A	圆柱跳动	0.05	44
41	21-3	21-A	圆柱跳动	0.05	46.5
42	22-1	22-A	圆柱跳动	0.02	70
43	22-2	22-A	平面跳动	0.05	[1894,1894]
44	22-3	22-1	圆柱同轴度	0.01	15
45	23-1	23-A	平面跳动	0.05	[1894,1894]
46	23-2	23-A	圆柱跳动	0.02	15
47	23-3	23-1	平面尺寸+平行度	[-0.05,0.05], 0.05	[1894,1894]
48	23-4	23-2	圆柱同轴度	0.01	15
49	24-1	24-A	平面跳动	0.05	[1894,1894]
50	24-2	24-A	圆柱跳动	0.02	15
51	24-3	24-A	圆柱跳动	0.05	46.5
52	24-4	24-A	平面跳动	0.02	[1300,1300]
53	25-1	25-A	平面跳动	0.025	[270,270]
54	25-2	25-A	圆柱跳动	0.015	10
55	25-3	25-A	圆柱跳动	0.02	460
56	25-4	25-A	平面跳动	0.06	[2140,2140]
57	25-5	25-A	圆柱跳动	0.06	365
58	26-2	26-1	平面平行度	0.05	[1120,1120]
59	27-2	27-1	平面平行度	0.05	[1120,1120]

中国知网 https://www.cnki.net